CAPÍTULO

1

Introducción. El concepto de esfuerzo

Este capítulo se dedica al estudio de los esfuerzos que ocurren en muchos de los elementos contenidos en estas excavadoras, como los elementos con dos fuerzas, los ejes, los pernos y los pasadores.

1.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo principal del estudio de la mecánica de materiales es suministrar al futuro ingeniero los conocimientos para analizar y diseñar las diversas máquinas y estructuras portadoras de carga.

Tanto el análisis como el diseño de una estructura dada involucran la determinación de *esfuerzos* y *deformaciones*. Este primer capítulo está dedicado al concepto de *esfuerzo*.

La sección 1.2 es un breve repaso de los métodos básicos de la estática y de la aplicación de esos métodos a la determinación de las fuerzas en los elementos de una estructura sencilla que se componga de elementos unidos entre sí por pernos. En la sección 1.3 se introducirá el concepto de *esfuerzo* en un elemento de una estructura, y se mostrará cómo puede determinarse ese esfuerzo a partir de la *fuerza* en el elemento. Tras una breve revisión del análisis y diseño de ingeniería (sección 1.4), se abordan, de manera sucesiva, los *esfuerzos normales* en un elemento bajo carga axial (sección 1.5), los *esfuerzos cortantes* ocasionados por la aplicación de fuerzas transversales iguales y opuestas (sección 1.6) y los *esfuerzos de apoyo* creados por los pernos y pasadores en los elementos que conectan (sección 1.7). Estos conceptos serán aplicados en la sección 1.8 a la determinación de los esfuerzos en la estructura sencilla que se consideró en la sección 1.2.

La primera parte del capítulo termina con una descripción del método que deberá utilizarse en la solución de problemas propuestos (sección 1.9) y con el estudio de la exactitud numérica adecuada para los cálculos de ingeniería (sección 1.10).

En la sección 1.11, donde un elemento con dos fuerzas bajo carga axial se considera de nuevo, se observará que los esfuerzos en un plano *oblicuo* incluyen tanto esfuerzos *normales* como *cortantes*, mientras que en la sección 1.12 se analizará que se requieren *seis componentes* para describir el estado de esfuerzos en un punto en un cuerpo bajo las condiciones más generales de carga.

Finalmente, la sección 1.13 se enfocará a la determinación, a partir de especímenes de prueba, de la *resistencia última* de un material dado y al uso de un *factor de seguridad* en el cálculo de la *carga permisible* para un componente estructural fabricado con dicho material.

1.2 UN BREVE REPASO DE LOS MÉTODOS DE LA ESTÁTICA

En esta sección se repasarán los métodos básicos de la estática al mismo tiempo que se determinan las fuerzas en los elementos de una estructura sencilla.

Considere la estructura mostrada en la figura 1.1, diseñada para soportar una carga de 30 kN. Consta de un aguilón AB con una sección transversal rectangular de 30×50 mm y de una varilla BC con una sección transversal circular de 20 mm de diámetro. El aguilón y la varilla están conectados por un perno en B y los soportan pernos y ménsulas en A y en C, respectivamente. El primer paso será dibujar el *diagrama de cuerpo libre* de la estructura, desprendiéndola de sus soportes en A y en C, y mostrando las reacciones que estos soportes ejercen sobre la estructura (figura 1.2). Advierta que el boceto de la estructura se ha simplificado omitiendo los detalles innecesarios. En este punto algunos habrán reconocido que AB y BC son *elementos con dos fuerzas*. Para quienes no lo hayan hecho, se proseguirá el análisis, ignorando este hecho y suponiendo que las direcciones de las reacciones en A y en C se desconocen. Cada una de estas reacciones, por lo tanto, será

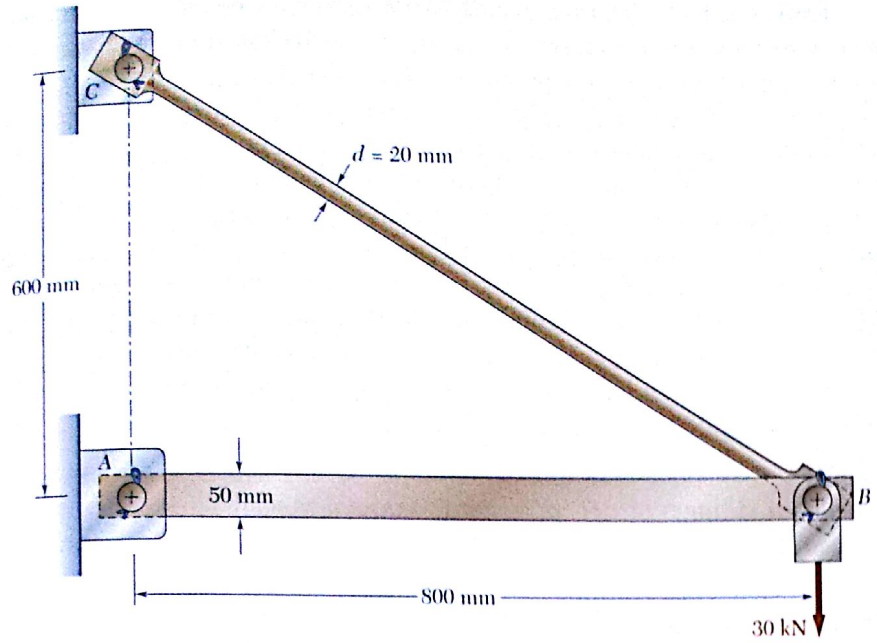


Figura 1.1

representada por dos componentes, $\mathbf{A}_x$ y $\mathbf{A}_y$ en A, y $\mathbf{C}_x$ y $\mathbf{C}_y$ en C. Se escribirán las tres siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0: \qquad A_x(0.6\text{ m}) - (30\text{ kN})(0.8\text{ m}) = 0$$

$$A_x = +40\text{ kN} \tag{1.1}$$

$$\pm\rightarrow \Sigma F_x = 0: \qquad A_x + C_x = 0$$

$$C_x = -A_x \qquad C_x = -40\text{ kN} \tag{1.2}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \qquad A_y + C_y - 30\text{ kN} = 0$$

$$A_y + C_y = +30\text{ kN} \tag{1.3}$$

Note que se han encontrado dos de las cuatro incógnitas, pero que no es posible determinar las otras dos de estas ecuaciones, y no pueden obtenerse ecuaciones independientes adicionales a partir del diagrama de cuerpo libre de la estructura. Ahora debe desmembrarse la estructura. Considerando el diagrama de cuerpo libre del aguilón AB (figura 1.3), se escribirá la siguiente ecuación de equilibrio:

$$+\circlearrowleft \Sigma M_B = 0: \qquad -A_y(0.8\text{ m}) = 0 \qquad A_y = 0 \tag{1.4}$$

Al sustituir A_y de la ecuación (1.4) en la ecuación (1.3), se obtiene que $C_y = +30$ kN. Expresando los resultados obtenidos para las reacciones en A y en C en forma vectorial, se tiene que

$$\mathbf{A} = 40\text{ kN} \rightarrow \qquad \mathbf{C}_x = 40\text{ kN} \leftarrow, \mathbf{C}_y = 30\text{ kN} \uparrow$$

Observe que la reacción en A se dirige a lo largo del eje del aguilón AB y que causa compresión en ese elemento. Al notar que los componentes C_x y C_y de la reacción en C son respectivamente proporcionales a las componentes horizontal y vertical de la distancia de B a C, se concluye que la reacción en C es igual a 50 kN, que está dirigida a lo largo del eje de la varilla BC, y que causa tensión en ese elemento.

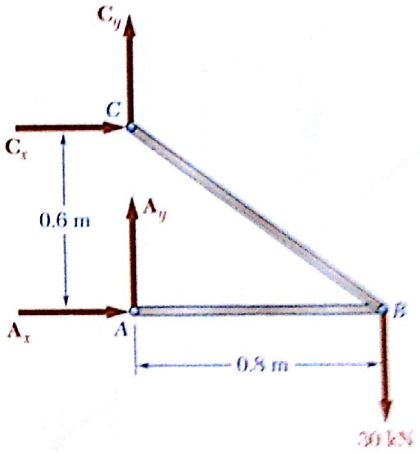


Figura 1.2

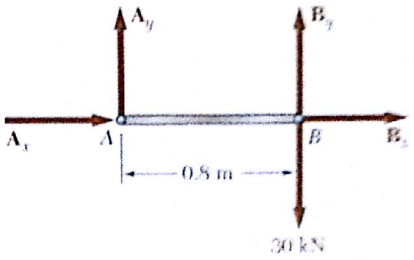


Figura 1.3

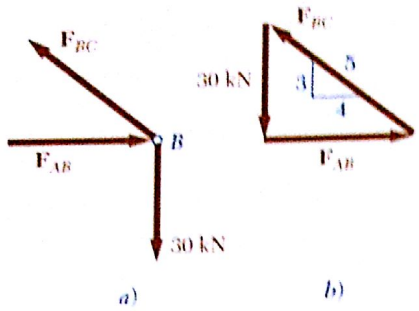


Figura 1.4

Estos resultados podrían haberse anticipado reconociendo que *AB* y *BC* son elementos con dos fuerzas, es decir, elementos sometidos a fuerzas sólo en dos puntos, siendo estos puntos *A* y *B* para el elemento *AB* y *B* y *C* para el elemento *BC*. De hecho, para un elemento con dos fuerzas las líneas de acción de las resultantes de las fuerzas que actúan en cada uno de los dos puntos son iguales y opuestas y pasan a través de ambos puntos. Utilizando esta propiedad, podría haberse obtenido una solución más sencilla si se considera el diagrama de cuerpo libre del perno *B*. Las fuerzas sobre el perno *B* son las fuerzas $\mathbf{F}_{AB}$ y $\mathbf{F}_{BC}$ ejercidas, respectivamente, por los elementos *AB* y *BC*, y la carga de 30 kN (figura 1.4*a*). Se dice que el perno *B* está en equilibrio dibujando el triángulo de fuerzas correspondiente (figura 1.4*b*).

Ya que la fuerza $\mathbf{F}_{BC}$ se dirige a lo largo del elemento *BC*, su pendiente es la misma que *BC*, es decir, 3/4. Por lo tanto, puede escribirse la proporción

$$\frac{F_{AB}}{4} = \frac{F_{BC}}{5} = \frac{30\text{ kN}}{3}$$

de la que se obtiene

$$F_{AB} = 40\text{ kN} \qquad F_{BC} = 50\text{ kN}$$

Las fuerzas $\mathbf{F}'_{AB}$ y $\mathbf{F}'_{BC}$ que el perno *B* ejerce sobre, respectivamente, el aguilón *AB* y sobre la varilla *BC* son iguales y opuestas a $\mathbf{F}_{AB}$ y a $\mathbf{F}_{BC}$ (figura 1.5).

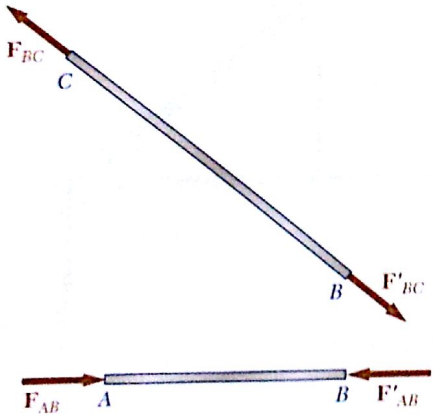


Figura 1.5

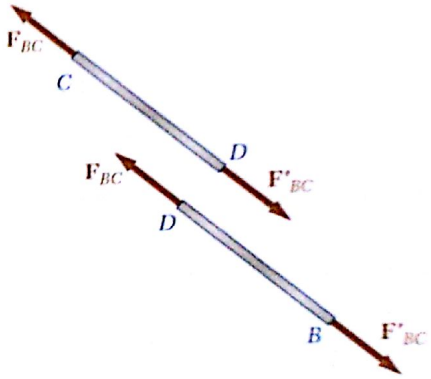


Figura 1.6

Si se conocen las fuerzas en los extremos de cada uno de los elementos, es posible determinar las fuerzas internas de estos elementos. Al efectuar un corte en algún punto arbitrario, *D*, en la varilla *BC*, se obtienen dos porciones, *BD* y *CD* (figura 1.6). Como deben aplicarse fuerzas de 50 kN en *D* a ambas porciones de la varilla, para mantenerlas en equilibrio, se concluye que una fuerza interna de 50 kN se produce en la varilla *BC* cuando se aplica una carga de 30 kN en *B*. Se constata, de manera adicional, por las direcciones en las fuerzas $\mathbf{F}_{BC}$ y $\mathbf{F}'_{BC}$ en la figura 1.6, que la varilla se encuentra en tensión. Un procedimiento similar permitiría determinar que la fuerza interna en el aguilón *AB* es de 40 kN y que el aguilón está en compresión.

Si bien los resultados obtenidos en la sección precedente representan un primer paso necesario en el análisis de la estructura dada, ellos son insuficientes para determinar si la carga puede ser soportada con seguridad. Por ejemplo, el que la varilla BC pueda romperse o no hacerlo bajo esta carga depende no sólo del valor encontrado para la fuerza interna F_{BC}, sino también del área transversal de la varilla y del material con que ésta haya sido elaborada. De hecho, la fuerza interna F_{BC} en realidad representa la resultante de las fuerzas elementales distribuidas a lo largo de toda el área A de la sección transversal (figura 1.7), y la intensidad promedio de estas fuerzas distribuidas es igual a la fuerza por unidad de área, F_{BC}/A, en la sección. El hecho de que la varilla se rompa o no bajo la carga dada, depende claramente de la capacidad que tenga el material de soportar el valor correspondiente F_{BC}/A de la intensidad de las fuerzas internas distribuidas. Por lo tanto, la resistencia a la fractura depende de la fuerza F_{BC}, del área transversal A y del material de la varilla.

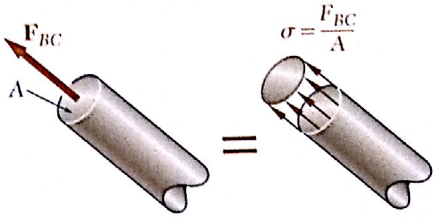


Figura 1.7

La fuerza por unidad de área, o la intensidad de las fuerzas distribuidas a través de una sección dada, se llama *esfuerzo* sobre esa sección y se representa con la letra griega σ (sigma). El esfuerzo en un elemento con área transversal A sometido a una carga axial **P** (figura 1.8) se obtiene, por lo tanto, al dividir la magnitud P de la carga entre el área A:

$$\sigma = \frac{P}{A} \tag{1.5}$$

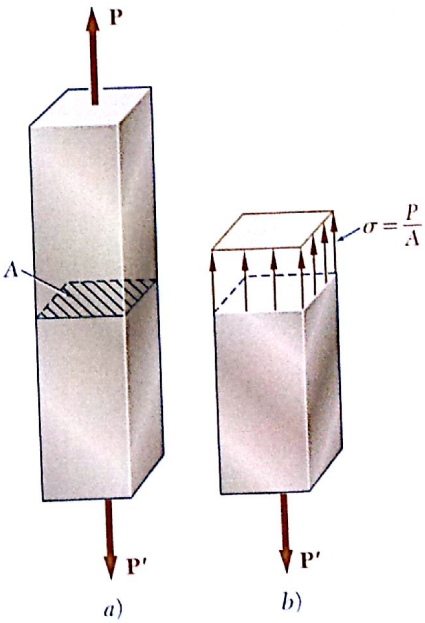


Figura 1.8

Se empleará un signo positivo para indicar un esfuerzo de tensión (el elemento a tensión) y un signo negativo para indicar un esfuerzo compresivo (el elemento a compresión).

Debido a que se emplean unidades del sistema SI en estos análisis, con P expresada en newtons (N) y A en metros cuadrados (m^2), el esfuerzo σ se expresará en N/m^2. Esta unidad se denomina *pascal* (Pa). Sin embargo, el pascal es una unidad muy pequeña, por lo que, en la práctica, deben emplearse múltiplos de esta unidad, como el kilopascal (kPa), el megapascal (MPa) y el gigapascal (GPa). Se tiene que

$$1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa} = 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa} = 10^9 \text{ N/m}^2$$

Cuando se utilizan las unidades acostumbradas en Estados Unidos, la fuerza P comúnmente se expresa en libras (lb) o kilolibras (kip), y el área transversal A en pulgadas cuadradas ($in.^2$). El esfuerzo σ, en consecuencia, se presenta en libras por pulgada cuadrada (psi) o en kilolibras por pulgada cuadrada (ksi).†

† Las unidades principales SI y americanas utilizadas en mecánica se incluyen en tablas en el interior de la cubierta frontal de este libro. De la tabla del lado derecho, se observa que 1 psi es aproximadamente igual a 7 kPa, y que 1 ksi se aproxima a 7 MPa.

1.4 ANÁLISIS Y DISEÑO

Considerando nuevamente la estructura de la figura 1.1, suponga que la varilla BC es de un acero que presenta un esfuerzo máximo permisible $\sigma_{perm} = 165$ MPa. ¿Puede soportar la varilla BC con seguridad la carga a la que se le someterá? La magnitud de la fuerza F_{BC} en la varilla se calculó con anterioridad en un valor de 50 kN. Recuerde que el diámetro de la varilla es de 20 mm, por lo que deberá utilizarse la ecuación (1.5) para determinar el esfuerzo creado en la varilla por la carga dada. Así se tiene que

$$P = F_{BC} = +50 \text{ kN} = +50 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{20 \text{ mm}}{2}\right)^2 = \pi(10 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 314 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{+50 \times 10^3 \text{ N}}{314 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = +159 \times 10^6 \text{ Pa} = +159 \text{ MPa}$$

Como el valor obtenido para σ es menor que el valor σ_{perm} del esfuerzo permisible del acero utilizado, se concluye que la varilla BC soportará con seguridad la carga a la que será sujeta. Para que el análisis de la estructura dada sea completo, también deberá incluirse la determinación del esfuerzo de compresión en el aguilón AB, así como una investigación de los esfuerzos producidos en los pasadores y en sus soportes. Esto se estudiará más adelante en este mismo capítulo. También es necesario determinar si las deformaciones producidas por la carga dada son aceptables. El estudio de la deformación bajo cargas axiales será el tema del capítulo 2. Una consideración adicional, requerida por los elementos bajo compresión, involucra la *estabilidad* del elemento, es decir, su capacidad para soportar una carga dada sin experimentar un cambio súbito de configuración. Este tema se abordará en el capítulo 10.

El papel del ingeniero no se restringe al análisis de las estructuras y máquinas existentes sometidas a condiciones dadas de carga. Un asunto de mayor importancia que interesa a los ingenieros es el *diseño* de estructuras y máquinas nuevas, es decir, la selección de los componentes apropiados para desempeñar una tarea dada. Como ejemplo de diseño, véase otra vez la estructura de la figura 1.1; suponga que se empleará en ella aluminio, el cual tiene un esfuerzo permisible $\sigma_{perm} = 100$ MPa. Debido a que la fuerza en la varilla BC será $P = F_{BC} = 50$ kN bajo la carga dada, se emplea la ecuación (1.5),

$$\sigma_{perm} = \frac{P}{A} \qquad A = \frac{P}{\sigma_{perm}} = \frac{50 \times 10^3 \text{ N}}{100 \times 10^6 \text{ Pa}} = 500 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

y, ya que $A = \pi r^2$,

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{500 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{\pi}} = 12.62 \times 10^{-3} \text{ m} = 12.62 \text{ mm}$$

$$d = 2r = 25.2 \text{ mm}$$

Se concluye que una varilla de aluminio de 26 mm, o de diámetro mayor, será adecuada.

1.5 CARGA AXIAL. ESFUERZO NORMAL

Como ya se ha indicado, la varilla BC del ejemplo considerado en la sección precedente es un elemento sometido a dos fuerzas y, por lo tanto, las fuerzas $\mathbf{F}_{BC}$ y $\mathbf{F}'_{BC}$ que actúan en sus extremos B y C (figura 1.5) se dirigen a lo largo del eje de la varilla. Se dice que la varilla se encuentra bajo *carga axial*. Un ejemplo real de elementos estructurales bajo carga axial es dado por los elementos de la armadura del puente que se muestra en la figura 1.9.

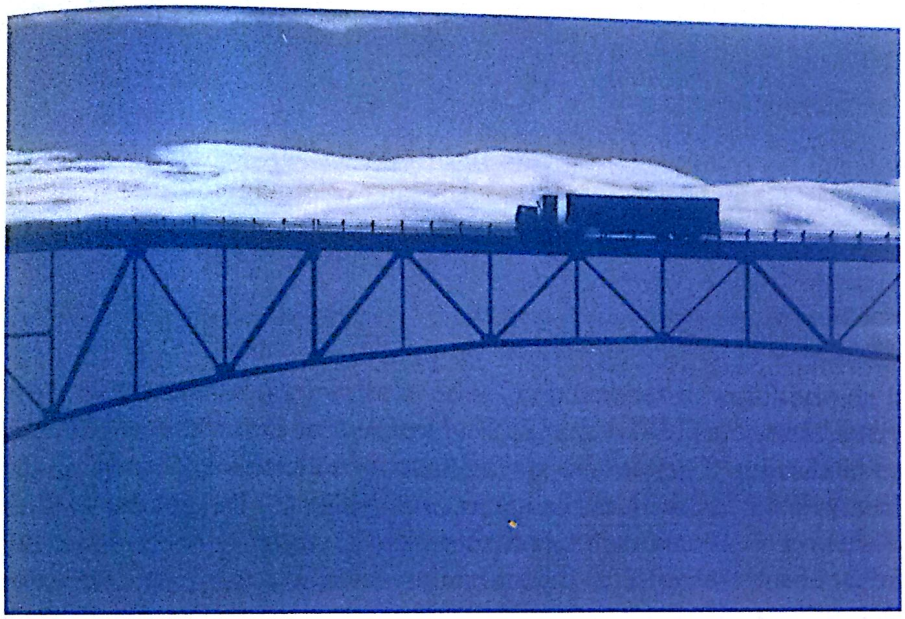


Figura 1.9 Esta armadura de puente se compone de elementos de dos fuerzas que pueden estar en tensión o en compresión.

Retornando a la varilla BC de la figura 1.5, hay que recordar que la escisión a la que se le sometió para determinar su fuerza interna y su correspondiente esfuerzo era perpendicular a su eje; la fuerza interna era, por lo tanto, normal al plano de la sección (figura 1.7) y el esfuerzo correspondiente se describe como un *esfuerzo normal*. Así, la fórmula (1.5) da el *esfuerzo normal en un elemento bajo carga axial*:

$$\sigma = \frac{P}{A} \tag{1.5}$$

Es preciso advertir que, en la fórmula (1.5), σ se obtiene al dividir la magnitud P de la resultante de las fuerzas internas distribuidas en la sección transversal entre el área A de la sección transversal; representa, por lo tanto, el *valor promedio* del esfuerzo a través de la sección transversal, y no el valor de un esfuerzo en un punto específico de la sección transversal.

Para definir el esfuerzo en un punto dado Q en la sección transversal, debe considerarse una pequeña área ΔA (figura 1.10). Cuando se divide la magnitud de $\Delta\mathbf{F}$ entre ΔA, se obtiene el valor promedio del esfuerzo a través de ΔA. Al aproximar ΔA a cero, se halla el esfuerzo en el punto Q:

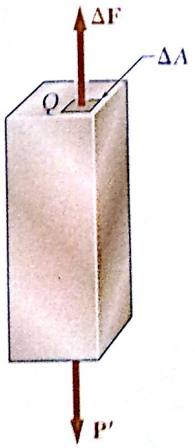


Figura 1.10

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{1.6}$$

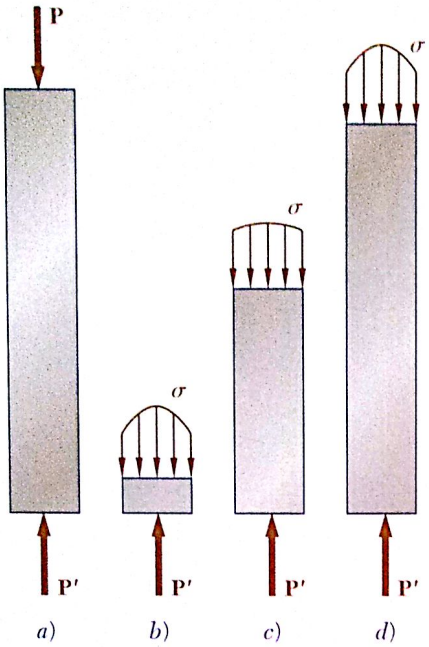


Figura 1.11

En general, el valor obtenido para el esfuerzo, σ, en un punto dado, Q, de la sección es diferente al valor del esfuerzo promedio dado por la fórmula (1.5), y se encuentra que σ varía a través de la sección. En una varilla delgada sujeta a cargas concentradas, $\mathbf{P}$ y $\mathbf{P}'$, iguales y opuestas (figura 1.11*a*), la variación es pequeña en una sección que se encuentre lejos de los puntos de aplicación de las cargas concentradas (figura 1.11*c*), pero es bastante notoria en el vecindario de estos puntos (figuras 1.11*b* y *d*).

De la ecuación (1.6), se deduce que la magnitud de la resultante de las fuerzas internas distribuidas es

$$\int dF = \int_A \sigma \, dA$$

No obstante, las condiciones de equilibrio de cada una de las porciones de varilla mostradas en la figura 1.11 requiere que esta magnitud sea igual a la magnitud P de las cargas concentradas. Se tiene, entonces,

$$P = \int dF = \int_A \sigma \, dA \tag{1.7}$$

lo que significa que el volumen bajo cada una de las superficies esforzadas en la figura 1.11 debe ser igual a la magnitud P de las cargas. Esto, sin embargo, es la única información que es posible determinar a partir de nuestro conocimiento sobre estática, con respecto a la distribución de los esfuerzos normales en las diversas secciones de la varilla. La distribución real de los esfuerzos en cualquier sección dada es *estáticamente indeterminada*. Para saber más acerca de esta distribución, es necesario considerar las deformaciones que resultan del modo particular de la aplicación de las cargas en los extremos de la varilla. Esto se explicará con mayor atención en el capítulo 2.

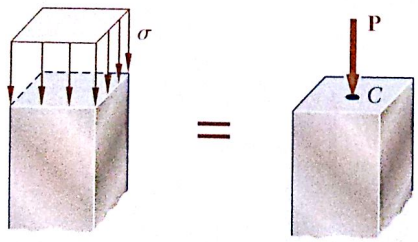


Figura 1.12

En la práctica, se supondrá que la distribución de los esfuerzos normales en un elemento cargado axialmente es uniforme, excepto en la vecindad inmediata de los puntos de aplicación de las cargas. El valor σ del esfuerzo es entonces igual a σ_{prom} y puede calcularse con la fórmula (1.5). Sin embargo, hay que darse cuenta de que, cuando se supone una distribución uniforme de los esfuerzos en la sección, es decir, cuando se supone que las fuerzas internas se encuentran distribuidas uniformemente a través de la sección, la estática elemental† dice que la resultante $\mathbf{P}$ de las fuerzas internas debe aplicarse en el centroide C de la sección (figura 1.12). Esto significa que *una distribución uniforme del esfuerzo es posible sólo si la línea de acción de las cargas concentradas* $\mathbf{P}$ *y* $\mathbf{P}'$ *pasa a través del centroide de la sección considerada* (figura 1.13). Este tipo de carga se denomina *carga céntrica* y se supondrá que tiene lugar en todos los elementos rectos de dos fuerzas que se encuentran en armaduras y en estructuras conectadas con pasadores, como la que se considera en la figura 1.1. Sin embargo, si un elemento con dos fuerzas está cargado de manera axial, pero *excéntricamente*, como en la figura

† Véase Ferdinand P. Beer y E. Russell Johnston, Jr., *Mechanics for Engineers*, 4a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1987, o *Vector Mechanics for Engineers*, 6a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1996, secciones 5.2 y 5.3.

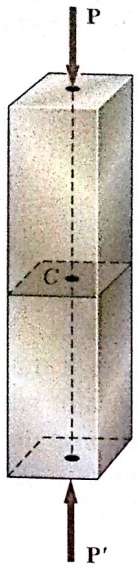


Figura 1.13

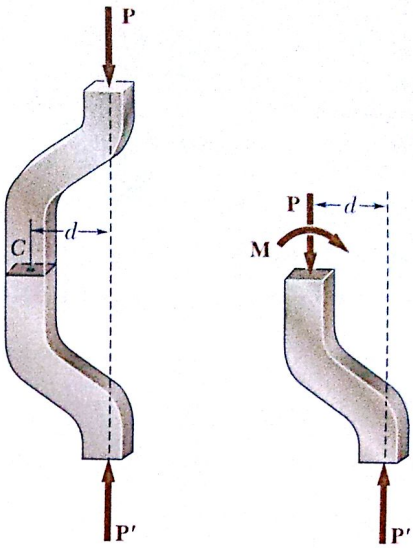


Figura 1.14

1.14*a*, se encuentra que, a partir de las condiciones de equilibrio de la porción del elemento que se muestra en la figura 1.14*b*, las fuerzas internas en una sección dada deben ser equivalentes a una fuerza **P** aplicada al centroide de la sección y a un par **M** cuyo momento es $M = Pd$. La distribución de fuerzas —y, por lo tanto, la correspondiente distribución de esfuerzos— *no puede ser uniforme*. Tampoco la distribución de esfuerzos puede ser simétrica como se muestra en la figura 1.11. Este punto se analizará detalladamente en el capítulo 4.

1.6 ESFUERZO CORTANTE

Las fuerzas internas y sus correspondientes esfuerzos estudiados en las secciones 1.2 y 1.3, eran normales a la sección considerada. Un tipo muy diferente de esfuerzo se obtiene cuando se aplican fuerzas transversales **P** y **P′** a un elemento *AB* (figura 1.15). Al efectuar un corte en *C* entre los puntos de aplicación de las dos fuerzas (figura 1.16*a*), obtenemos el diagrama de la porción *AC* que se muestra en la figura 1.16*b*. Se concluye que deben existir fuerzas internas en el plano de la sección, y que su resultante es igual a **P**. Estas fuerzas internas elementales se conocen como *fuerzas cortantes*, y la magnitud *P* de su resultante es el *cortante* en la sección. Al dividir el cor-

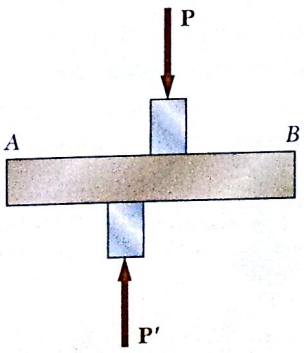


Figura 1.15

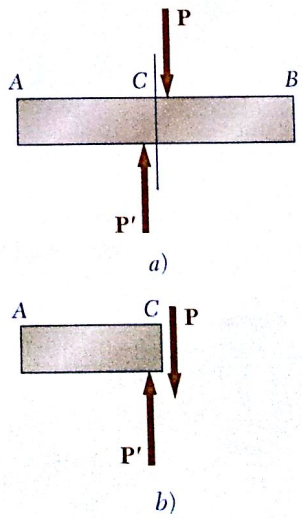


Figura 1.16

tante P entre el área A de la sección transversal, se obtiene el *esfuerzo cortante promedio* en la sección. Representando el esfuerzo cortante con la letra griega τ (tau), se escribe

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} \tag{1.8}$$

Debe enfatizarse que el valor obtenido es un valor promedio para el esfuerzo cortante sobre toda la sección. Al contrario de lo dicho con anterioridad para los esfuerzos normales, en este caso *no puede* suponerse que la distribución de los esfuerzos cortantes a través de una sección sea uniforme. Como se verá en el capítulo 6, el valor real τ del esfuerzo cortante varía de cero en la superficie del elemento hasta un valor máximo $\tau_{\text{máx}}$ que puede ser mucho mayor que el valor promedio, τ_{prom}.

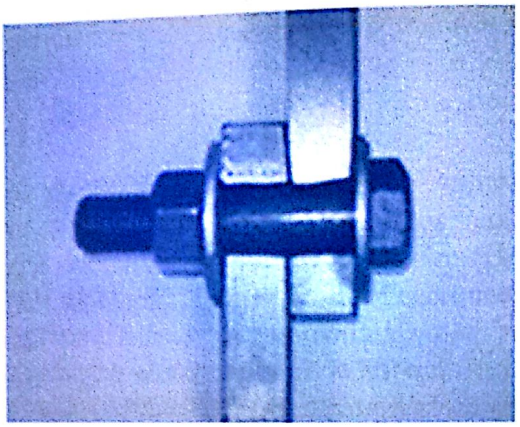


Figura 1.17 Vista en corte de una conexión con un perno en cortante.

Los esfuerzos cortantes se encuentran comúnmente en pernos, pasadores y remaches utilizados para conectar diversos elementos estructurales y componentes de máquinas (figura 1.17). Considere dos placas A y B conectadas por un perno CD (figura 1.18). Si a las placas se les somete a fuerzas de tensión de magnitud F, se desarrollarán esfuerzos en la sección del perno que corresponde al plano EE'. Al dibujar los diagramas del perno y de la porción localizada por encima del plano EE' (figura 1.19), se concluye que el cortante P en la sección es igual a F. Se obtiene el esfuerzo cortante promedio en la sección, de acuerdo con la fórmula (1.8), dividiendo el cortante $P = F$ entre el área A de la sección transversal:

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A} \tag{1.9}$$

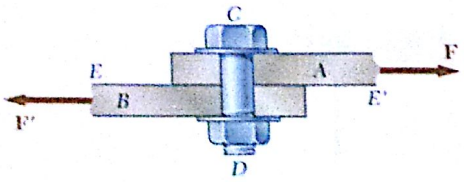


Figura 1.18

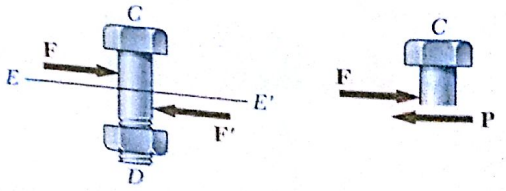


Figura 1.19

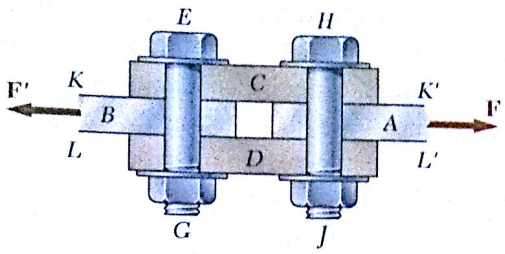


Figura 1.20

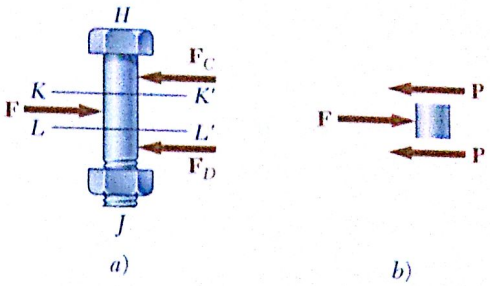


Figura 1.21

El perno que se ha considerado está en lo que se conoce como *cortante simple*. Sin embargo, pueden surgir diferentes condiciones de carga. Por ejemplo, si las placas de empalme C y D se emplean para conectar las placas A y B (figura 1.20), el corte tendrá lugar en el perno HJ en cada uno de los dos planos KK' y LL' (al igual que en el perno EG). Se dice que los pernos están en *corte doble*. Para determinar el esfuerzo cortante promedio en cada plano, se dibujan los diagramas de cuerpo libre del perno HJ y de la porción del perno localizada entre los dos planos (figura 1.21). Observando que el corte P en cada una de las secciones es $P = F/2$, se concluye que el esfuerzo cortante promedio es

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} = \frac{F/2}{A} = \frac{F}{2A} \tag{1.10}$$

1.7 ESFUERZO DE APOYO EN CONEXIONES

Los pernos, pasadores y remaches crean esfuerzos en la *superficie de apoyo* o superficie de contacto de los elementos que conectan. Por ejemplo, considere nuevamente las dos placas A y B conectadas por un perno CD que se analizaron en la sección precedente (figura 1.18). El perno ejerce una fuerza **P** sobre la placa A igual y opuesta a la fuerza **F** ejercida por la placa sobre el perno (figura 1.22). La fuerza **P** representa la resultante de las fuerzas elementales distribuidas en la superficie interior de un medio cilindro de diámetro d y longitud t igual al espesor de la placa. Como la distribución de estas fuerzas, y de los esfuerzos correspondientes, es muy complicada, en la práctica se utiliza un valor nominal promedio σ_b para el esfuerzo, llamado *esfuerzo de apoyo*, que se obtiene de dividir la carga P entre el área del rectángulo que representa la proyección del perno sobre la sección de la placa (figura 1.23). Debido a que esta área es igual a td, donde t es el espesor de la placa y d el diámetro del perno, se tiene que

$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td} \tag{1.11}$$

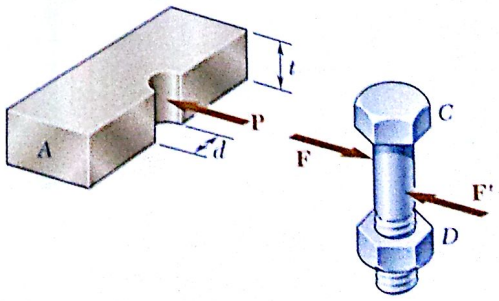


Figura 1.22

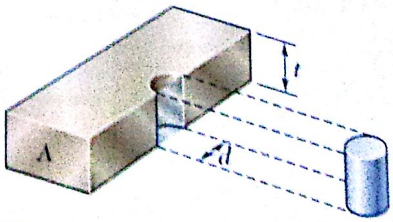


Figura 1.23

1.8 APLICACIÓN AL ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS SENCILLAS

Después de revisar los temas anteriores, ahora ya se está en posibilidad de determinar los esfuerzos en los elementos y conexiones de varias estructuras bidimensionales sencillas y, por lo tanto, de diseñar tales estructuras.

Como ejemplo, véase la estructura de la figura 1.1, que ya se ha considerado en la sección 1.2, para especificar los apoyos y conexiones en *A*, *B* y *C*. Como se observa en la figura 1.24, la varilla de 20 mm de diámetro *BC* tiene extremos planos de sección rectangular de 20 × 40 mm, en tanto que el aguilón *AB* tiene una sección transversal de 30 × 50 mm y está provista de una horquilla en el extremo *B*. Ambos elementos se conectan en *B* por un pasador del que cuelga la carga de 30 kN por medio de una ménsula en forma de U. Al aguilón *AB* lo soporta en *A* un pasador introducido en una ménsula doble, mientras que la varilla *BC* se conecta en *C* a una ménsula simple. Todos los pasadores tienen 25 mm de diámetro.

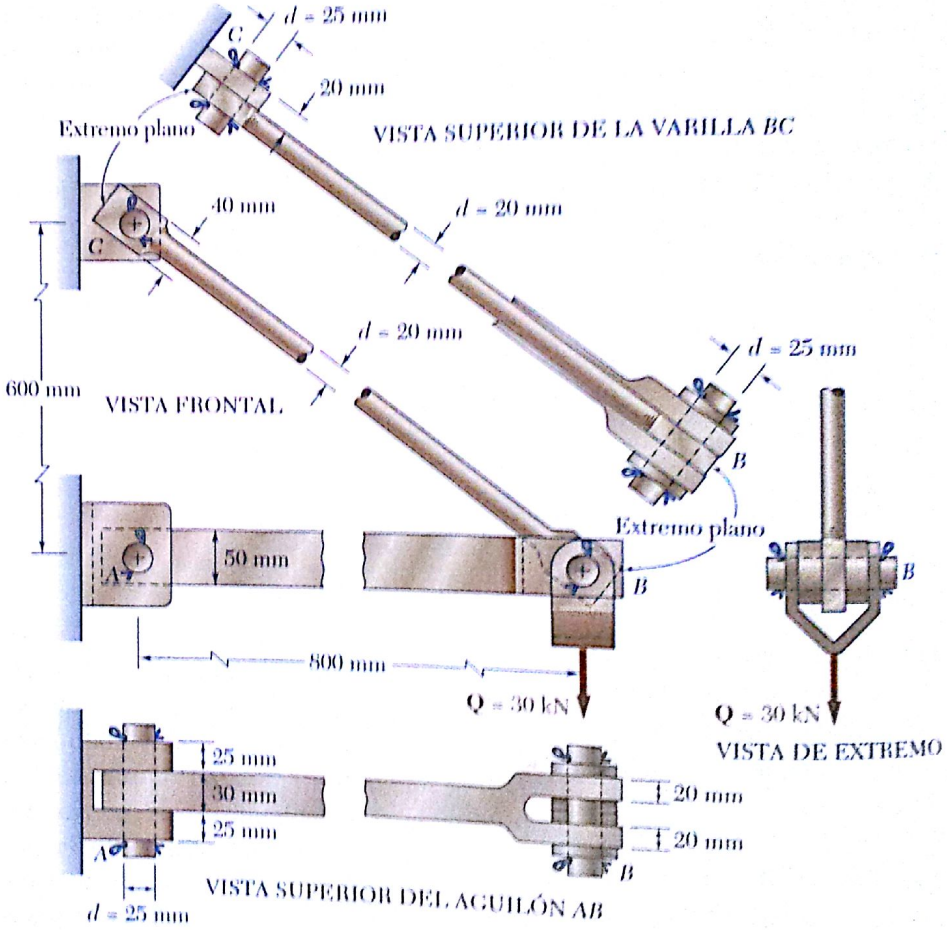


Figura 1.24

a. Determinación del esfuerzo normal en el aguilón *AB* y en la varilla *BC*. Como se ha visto en las secciones 1.2 y 1.4, la fuerza en la varilla *BC* es $F_{BC} = 50$ kN (a tensión) y el área de su sección transversal circular es $A = 314 \times 10^{-6}$ m^2; el esfuerzo normal promedio correspondiente es $\sigma_{BC} = +159$ MPa. Sin embargo, las partes planas de la varilla también se

encuentran bajo tensión y en la sección más angosta, donde se encuentra el agujero, se tiene

$$A = (20\text{ mm})(40\text{ mm} - 25\text{ mm}) = 300 \times 10^{-6}\text{ m}^2$$

El valor promedio correspondiente para el esfuerzo, por lo tanto, es

$$(\sigma_{BC})_{\text{extremo}} = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3\text{ N}}{300 \times 10^{-6}\text{ m}^2} = 167\text{ MPa}$$

Advierta que éste es sólo un *valor promedio*, ya que cerca del agujero, el esfuerzo alcanzará en realidad un valor mucho mayor, como se verá en la sección 2.18. Está claro que, si la carga aumenta, la varilla fallará cerca de uno de los agujeros, más que en su porción cilíndrica; su diseño, por lo tanto, podrá mejorarse aumentando el ancho o el espesor de los extremos planos de la varilla.

Ahora, tome en consideración al aguilón AB, recordando que en la sección 1.2 se vio que la fuerza en él es $F_{AB} = 40$ kN (a compresión). Puesto que el área de la sección transversal rectangular del aguilón es $A = 30\text{ mm} \times 50\text{ mm} = 1.5 \times 10^{-3}\text{ m}^2$, el valor promedio del esfuerzo normal en la parte principal del aguilón, entre los pasadores A y B, es

$$\sigma_{AB} = -\frac{40 \times 10^3\text{ N}}{1.5 \times 10^{-3}\text{ m}^2} = -26.7 \times 10^6\text{ Pa} = -26.7\text{ MPa}$$

Advierta que las secciones de área mínima en A y B no se encuentran bajo esfuerzo, ya que el aguilón está en compresión y, por lo tanto, *empuja* sobre los pasadores (en lugar de *jalarlos* como lo hace la varilla BC).

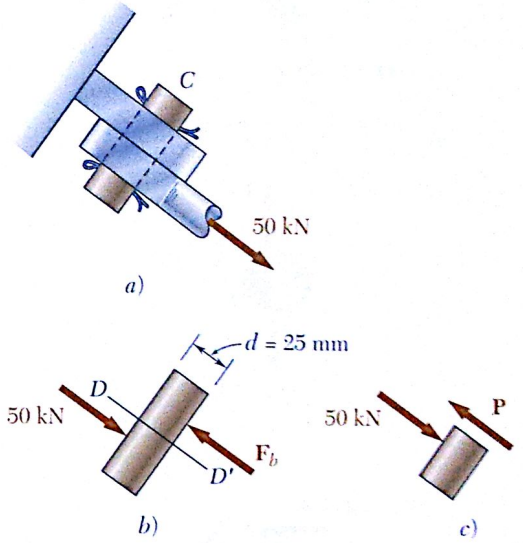


Figura 1.25

b. Determinación del esfuerzo cortante en las distintas conexiones. Para determinar el esfuerzo cortante en una conexión como un perno, pasador o remache, primero deben mostrarse con claridad las fuerzas ejercidas por los distintos elementos que conecta. Así, en el caso del pasador C del ejemplo (figura 1.25*a*), se dibuja la figura 1.25*b*, que muestra la fuerza de 50 kN ejercida por el elemento BC sobre el pasador, y la fuerza igual y opuesta ejercida por la ménsula. Al dibujar ahora el diagrama de la porción del pasador localizada bajo el plano DD' donde ocurren los esfuerzos cortantes (figura 1.25*c*), se concluye que la fuerza cortante en ese plano es $P = 50$ kN. Como el área transversal del pasador es

$$A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{25\text{ mm}}{2}\right)^2 = \pi(12.5 \times 10^{-3}\text{ m})^2 = 491 \times 10^{-6}\text{ m}^2$$

resulta que el valor promedio del esfuerzo cortante en el pasador en C es

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3\text{ N}}{491 \times 10^{-6}\text{ m}^2} = 102\text{ MPa}$$

Considerando ahora el pasador en A (figura 1.26) se observa que se encuentra bajo corte doble. Al dibujar los diagramas de cuerpo libre del pasador y de la porción del pasador colocada entre los planos DD' y EE' donde ocurren los esfuerzos cortantes, se llega a la conclusión de que $P = 20$ kN y que

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} = \frac{20\text{ kN}}{491 \times 10^{-6}\text{ m}^2} = 40.7\text{ MPa}$$

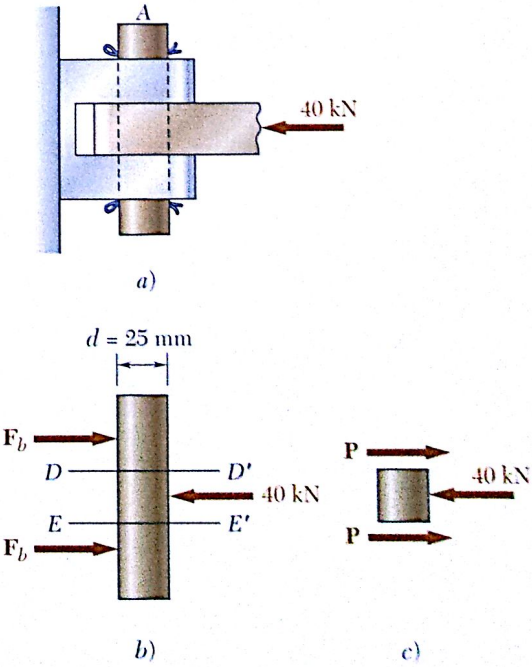


Figura 1.26

Al considerar el pasador en B (figura 1.27*a*), se advierte que el pasador puede dividirse en cinco porciones sobre las que actúan fuerzas ejercidas por el aguilón, la varilla y la ménsula. Tomando en cuenta, en forma sucesiva, las porciones DE (figura 1.27*b*) y DG (figura 1.27*c*), se llega a la conclusión de que la fuerza de corte en la sección E es $P_E = 15$ kN, mientras que la fuerza de corte en la sección G es $P_G = 25$ kN. Como la carga del pasador es simétrica, se concluye que el valor máximo de la fuerza de corte en el pasador B es $P_G = 25$ kN, y que los mayores esfuerzos cortantes ocurren en las secciones G y H, donde

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P_G}{A} = \frac{25 \text{ kN}}{491 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 50.9 \text{ MPa}$$

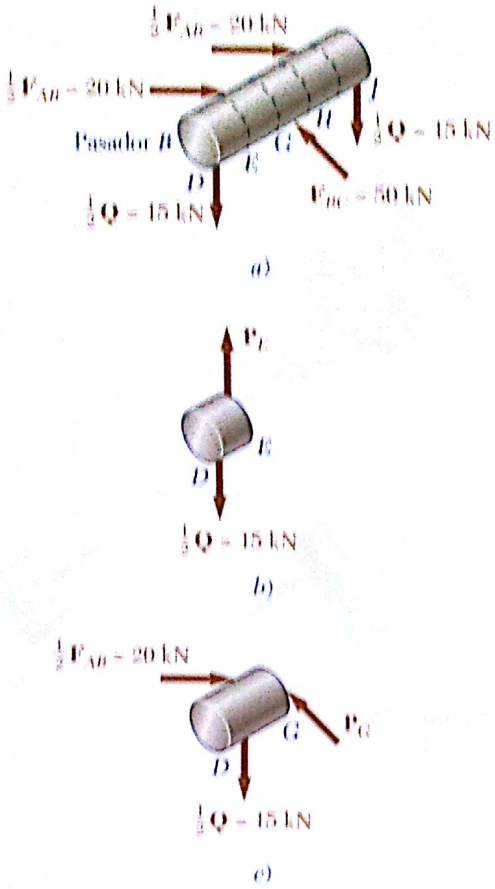


Figura 1.27

c. Determinación de los esfuerzos de apoyo. Para obtener los esfuerzos nominales de apoyo en A en el elemento AB, se utiliza la fórmula (1.11) de la sección 1.7. De la figura 1.24, se tiene que $t = 30$ mm y $d = 25$ mm. Recuerde que $P = F_{AB} = 40$ kN, se tiene que

$$\sigma_b = \frac{P}{td} = \frac{40 \text{ kN}}{(30 \text{ mm})(25 \text{ mm})} = 53.3 \text{ MPa}$$

Para obtener el esfuerzo de apoyo sobre la ménsula en A, se emplea $t = 2(25 \text{ mm}) = 50$ mm y $d = 25$ mm:

$$\sigma_b = \frac{P}{td} = \frac{40 \text{ kN}}{(50 \text{ mm})(25 \text{ mm})} = 32.0 \text{ MPa}$$

Los esfuerzos de apoyo en B en el elemento AB, en B y en C en el elemento BC y en la ménsula en C se calculan de manera similar.

1.9 MÉTODO PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Quienes estudian este texto deben aproximarse a un problema de mecánica de materiales como lo harían con una situación ingenieril real. Su propia experiencia e intuición les ayudarán a comprender y formular mejor el problema. Sin embargo, una vez que el problema ha sido planteado con claridad, no es posible solucionarlo utilizando el gusto personal. La solución de ese tipo de problemas debe basarse en los principios fundamentales de la estática y en los principios que se analizan en este curso. Cada paso que se tome debe justificarse sobre esa base, sin dejar espacio para la "intuición". Después de que se ha obtenido una respuesta, ésta deberá verificarse. Nuevamente, puede utilizarse sentido común y su experiencia personal. Si no se está satisfecho por completo con el resultado obtenido, deberá revisarse con cuidado la formulación del problema, la validez de los métodos empleados en su solución y la exactitud de los cálculos.

El *planteamiento* del problema deberá ser claro y preciso. Necesitará incluir los datos dados e indicar el tipo de información que se requiere. Deberá incluir un dibujo simplificado que muestre todas las cantidades esenciales involucradas. La solución para la mayoría de los problemas que encontrará hará necesario que primero se determinen las *reacciones* en los *apoyos* y las *fuerzas* y los *pares internos*. Esto requerirá dibujar uno o más *diagramas de*

cuerpo libre, como ya se hizo en la sección 1.2, de los que podrán escribirse las *ecuaciones de equilibrio*. Estas ecuaciones deben resolverse para conocer las fuerzas desconocidas, a partir de las que pueden calcularse los *esfuerzos* y *deformaciones* requeridas.

Después de haber obtenido la respuesta, deberá *verificarse cuidadosamente*. Los errores en el *razonamiento* pueden encontrarse con frecuencia analizando las unidades a través de los cálculos y verificando las unidades obtenidas para la respuesta. Por ejemplo, en el diseño de la varilla que se estudió en la sección 1.4, se encontró, después de utilizar las unidades a través de nuestros cálculos, que el diámetro requerido por la varilla se expresó en milímetros, que es la unidad correcta para una dimensión; si se hubiera encontrado otra unidad, se sabría que se cometió un error.

Los errores de *cálculo*, por lo general, serán evidentes cuando se sustituyan los valores numéricos obtenidos en una ecuación que aún no ha sido utilizada y verificando que la ecuación se satisface. Hay que resaltar que en la ingeniería es muy importante que los cálculos sean correctos.

1.10 EXACTITUD NUMÉRICA

La exactitud de la solución de un problema depende de dos aspectos: 1) la exactitud de los datos recibidos y 2) la exactitud de los cálculos desarrollados.

La solución no puede ser más exacta que el menos exacto de estos dos factores. Por ejemplo, si se sabe que la carga de una viga es de 75 000 lb con un error posible de 100 lb en cualquier sentido, el error relativo que mide el grado de exactitud de los datos es

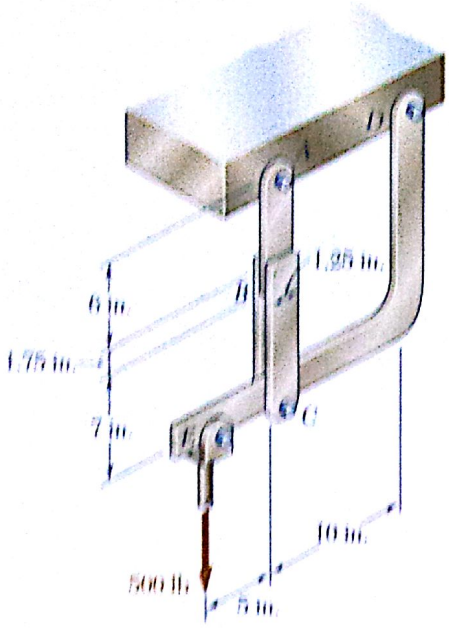
$$\frac{100 \text{ lb}}{75\,000 \text{ lb}} = 0.0013 = 0.13\%$$

Al calcular la reacción en uno de los apoyos de la viga, sería entonces irrelevante registrarlo como de 14 322 lb. La exactitud de la solución no puede ser mayor que el 13%, sin importar cuán exactos sean los cálculos, y el error posible en la respuesta puede ser tan grande como (0.13/100)(14 322 lb) $\approx$ 20 lb. El registro apropiado de la respuesta sería de 14320 $\pm$ 20 lb.

En los problemas de ingeniería, los datos rara vez se conocen con una exactitud mayor del 0.2%. Por lo tanto, rara vez se justifica escribir la respuesta a dichos problemas con una precisión mayor del 0.2%. Una regla práctica es utilizar 4 cifras para registrar los números que comienzan con "1" y 3 cifras para todos los otros casos. A menos que se indique lo contrario, los datos ofrecidos en un problema deben suponerse conocidos con un grado comparable de exactitud. Una fuerza de 40 lb, por ejemplo, debería leerse 40.0 lb, y una fuerza de 15 lb debería leerse 15.00 lb.

Los ingenieros practicantes y los estudiantes de ingeniería emplean con gran frecuencia calculadoras de bolsillo y computadoras. La rapidez y exactitud de estos aparatos facilitan los cálculos numéricos en la solución de muchos problemas. Sin embargo, los estudiantes no deberán registrar más cifras significativas que las que puedan justificarse sólo porque pueden obtenerse con facilidad. Como se señaló anteriormente, una exactitud mayor que 0.2% es rara vez necesaria o significativa en la solución de los problemas prácticos de ingeniería.

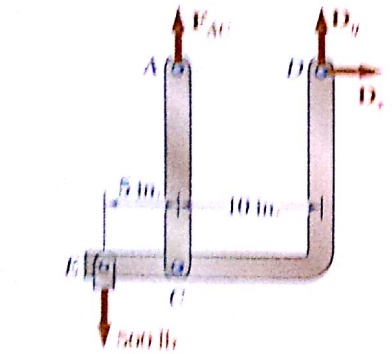
PROBLEMA MODELO 1.1



En el soporte mostrado la porción superior del eslabón ABC es de $\frac{3}{8}$ in. de grueso y las porciones inferiores son cada uno de $\frac{1}{4}$ in. de grueso. Se utiliza resina epóxica para unir la porción superior con la inferior en B. El pasador en A tiene un diámetro de $\frac{1}{8}$ in. mientras que en C se emplea un pasador de $\frac{1}{4}$ in. Determine *a)* el esfuerzo cortante en el pasador A, *b)* el esfuerzo cortante en el pasador C, *c)* el máximo esfuerzo normal en el eslabón ABC, *d)* el esfuerzo cortante promedio en las superficies pegadas en B y *e)* el esfuerzo de apoyo en el eslabón en C.

SOLUCIÓN

Cuerpo libre: soporte entero. Como el eslabón ABC es un elemento con dos fuerzas, la reacción en A es vertical; la reacción en D está representada por sus componentes $\mathbf{D}_x$ y $\mathbf{D}_y$. Se escribe:



$$+\circlearrowleft \Sigma M_D = 0: \qquad (500 \text{ lb})(15 \text{ in.}) - F_{AC}(10 \text{ in.}) = 0$$

$$F_{AC} = +750 \text{ lb} \qquad F_{AC} = 750 \text{ lb} \quad \textit{tensión}$$

a) Esfuerzo cortante en el pasador A. Ya que este pasador de $\frac{3}{8}$ in. de diámetro está en cortante único, se escribe

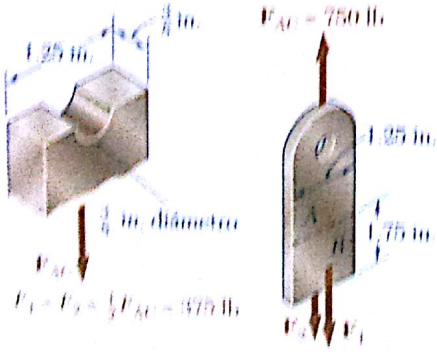
$$\tau_A = \frac{F_{AC}}{A} = \frac{750 \text{ lb}}{\frac{1}{4}\pi(0.375 \text{ in.})^2} \qquad \tau_A = 6\,790 \text{ psi} \blacktriangleleft$$

b) Esfuerzo cortante en el pasador C. Como este pasador de $\frac{1}{4}$ in. de diámetro está en cortante doble, se anota

$$\tau_C = \frac{\frac{1}{2}F_{AC}}{A} = \frac{375 \text{ lb}}{\frac{1}{4}\pi(0.25 \text{ in.})^2} \qquad \tau_C = 7\,640 \text{ psi} \blacktriangleleft$$

c) Máximo esfuerzo normal en el eslabón ABC. El máximo esfuerzo se encuentra donde el área es más pequeña; esto ocurre en la sección transversal en A donde se localiza el agujero de $\frac{3}{8}$ in. Así, se tiene que

$$\sigma_A = \frac{F_{AC}}{A_{neto}} = \frac{750 \text{ lb}}{(\frac{3}{8} \text{ in.})(1.25 \text{ in.} - 0.375 \text{ in.})} = \frac{750 \text{ lb}}{0.328 \text{ in.}^2} \qquad \sigma_A = 2\,290 \text{ psi} \blacktriangleleft$$

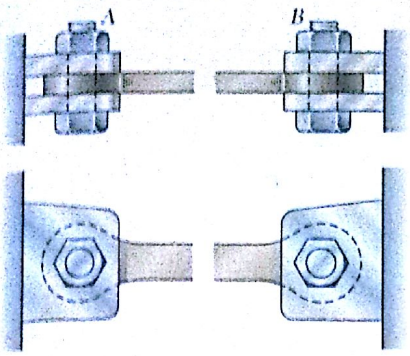


d) Esfuerzo cortante promedio en B. Se advierte que existe adhesión en ambos lados de la porción superior del eslabón y que la fuerza cortante en cada lado es $F_1 = (750 \text{ lb})/2 = 375 \text{ lb}$. Por lo tanto, el esfuerzo cortante promedio en cada superficie es

$$\tau_B = \frac{F_1}{A} = \frac{375 \text{ lb}}{(1.25 \text{ in.})(1.75 \text{ in.})} \qquad \tau_B = 171.4 \text{ psi} \blacktriangleleft$$

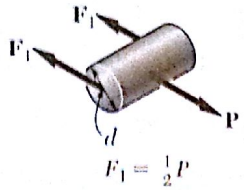
e) Esfuerzo de apoyo en el eslabón en C. Para cada porción del eslabón, $F_1 = 375$ lb y el área nominal de apoyo es de $(0.25 \text{ in.})(0.25 \text{ in.}) = 0.0625 \text{ in.}^2$.

$$\sigma_b = \frac{F_1}{A} = \frac{375 \text{ lb}}{0.0625 \text{ in.}^2} \qquad \sigma_b = 6\,000 \text{ psi} \blacktriangleleft$$



PROBLEMA MODELO 1.2

La barra de sujeción de acero que se muestra ha de diseñarse para soportar una fuerza de tensión de magnitud $P = 120$ kN cuando se asegure con pasadores entre ménsulas dobles en A y B. La barra se fabricará de placa de 20 mm de espesor. Para el grado de acero que se usa, los esfuerzos máximos permisibles son: $\sigma = 175$ MPa, $\tau = 100$ MPa, $\sigma_b = 350$ MPa. Diseñe la barra de sujeción determinando los valores requeridos para *a*) el diámetro d del pasador, *b*) la dimensión b en cada extremo de la barra, *c*) la dimensión h de la barra.

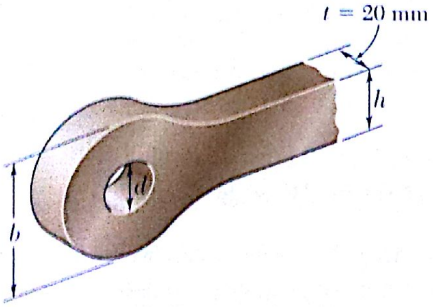


SOLUCIÓN

***a*) Diámetro del pasador.** Debido a que el pasador se encuentra en cortante doble, $F_1 = \frac{1}{2}P = 60$ kN.

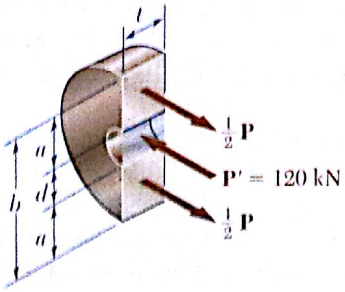
$$\tau = \frac{F_1}{A} = \frac{60\text{ kN}}{\frac{1}{4}\pi d^2} \qquad 100\text{ MPa} = \frac{60\text{ kN}}{\frac{1}{4}\pi d^2} \qquad d = 27.6\text{ mm}$$

Se usará $d = 28$ mm ◀



En este punto se verifica el esfuerzo de apoyo entre la placa de 20 mm de espesor y el pasador de 28 mm de diámetro.

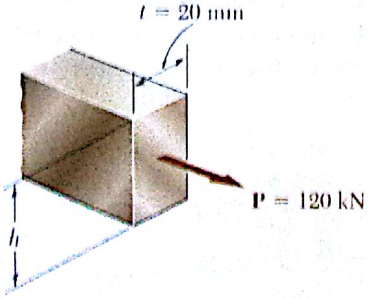
$$\tau_b = \frac{P}{td} = \frac{120\text{ kN}}{(0.020\text{ m})(0.028\text{ m})} = 214\text{ MPa} < 350\text{ MPa} \qquad \text{OK}$$



***b*) Dimensión b en cada extremo de la barra.** Se considera una de las porciones de extremo de la barra. Como el espesor de la placa de acero es de $t = 20$ mm y el esfuerzo promedio de tensión promedio no debe exceder los 175 MPa, se escribe

$$\sigma = \frac{\frac{1}{2}P}{ta} \qquad 175\text{ MPa} = \frac{60\text{ kN}}{(0.02\text{ m})a} \qquad a = 17.14\text{ mm}$$

$$b = d + 2a = 28\text{ mm} + 2(17.14\text{ mm}) \qquad b = 62.3\text{ mm}$$ ◀



***c*) Dimensión h de la barra.** Recordando que el espesor de la placa de acero es $t = 20$ mm, se tiene que

$$\sigma = \frac{P}{th} \qquad 175\text{ MPa} = \frac{120\text{ kN}}{(0.020\text{ m})h} \qquad h = 34.3\text{ mm}$$

Se utilizará $h = 35$ mm ◀

PROBLEMAS

1.1 Dos varillas cilíndricas sólidas *AB* y *BC* están soldadas en *B* y cargadas como se muestra. Determine la magnitud de la fuerza **P** para la cual el esfuerzo de tensión en la varilla *AB* tiene el doble de magnitud del esfuerzo de compresión en la varilla *BC*.

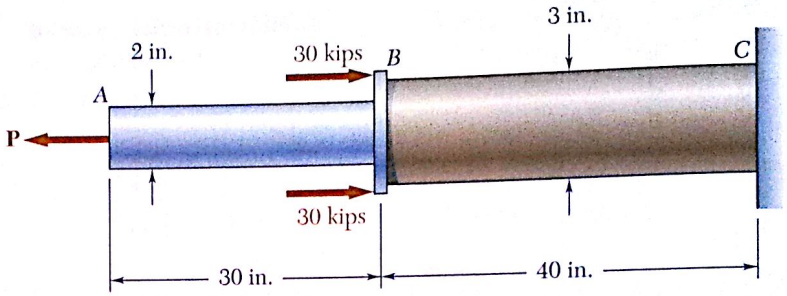


Figura P1.1

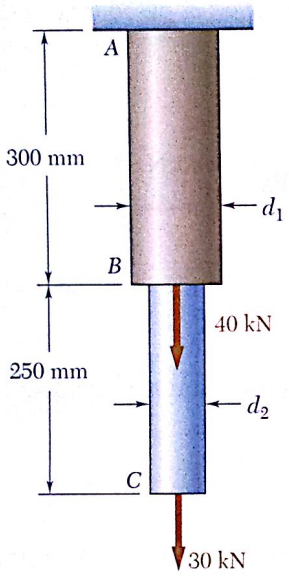


Figura P1.3 y P1.4

1.2 En el problema 1.1, si se sabe que $P = 40$ kips, determine el esfuerzo normal promedio en la sección media de *a*) la varilla *AB*, *b*) la varilla *BC*.

1.3 Dos varillas cilíndricas sólidas, *AB* y *BC*, están soldadas en *B* y cargadas como se muestra. Si se sabe que el esfuerzo normal promedio no debe ser mayor que 175 MPa en la varilla *AB* y 150 MPa en la varilla *BC*, determine los valores mínimos permisibles de d_1 y d_2.

1.4 Las varillas cilíndricas sólidas *AB* y *BC* están soldadas en *B* y cargadas como se muestra en la figura. Si se sabe que $d_1 = 50$ mm y $d_2 = 30$ mm, encuentre el esfuerzo normal promedio en la sección media de *a*) la varilla *AB*, *b*) la varilla *BC*.

1.5 Una galga extensométrica, localizada en *C* en la superficie del hueso *AB*, indica que el esfuerzo normal promedio en el hueso es de 3.80 MPa cuando el hueso se somete a dos fuerzas de 1 200 N como se muestra en la figura. Si se supone que la sección transversal del hueso en *C* es anular y se sabe que su diámetro exterior es de 25 mm, determine el diámetro interior de la sección transversal del hueso en *C*.

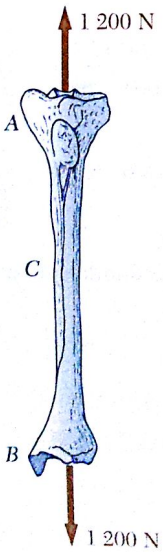


Figura *P1.5*

1.6 Dos placas de acero deben sujetarse por medio de pasadores de acero de alta resistencia de 16 mm de diámetro que embonan con suavidad dentro de espaciadores cilíndricos de latón. Si se sabe que el esfuerzo normal promedio no debe exceder 200 MPa en los pasadores y 130 MPa en los espaciadores, determine el diámetro exterior de los espaciadores que ofrece el diseño más económico y seguro.

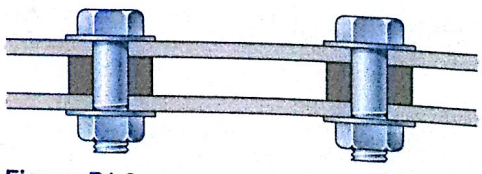


Figura *P1.6*

1.7 Cada uno de los cuatro eslabones verticales tiene una sección transversal rectangular uniforme de 8 × 36 mm y cada uno de los cuatro pasadores tiene un diámetro de 16 mm. Determine el valor máximo del esfuerzo normal promedio en los eslabones que conectan *a)* los puntos *B* y *D*, *b)* los puntos *C* y *E*.

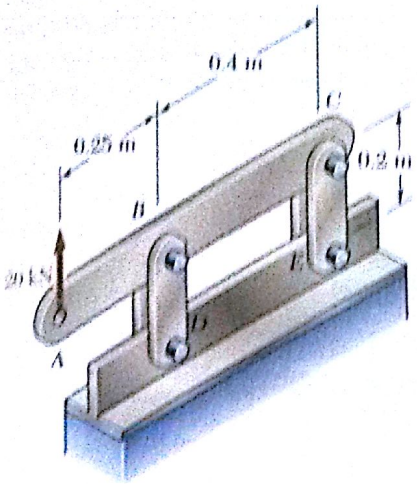


Figura P1.7

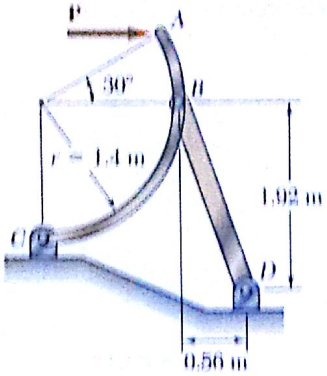


Figura P1.8

1.8 Si se sabe que la sección transversal de la porción central del eslabón *BD* tiene un área de 800 mm², determine la magnitud de la carga **P** para la cual el esfuerzo normal en esa porción de *BD* es de 50 MPa.

1.9 Si se sabe que el eslabón *DE* tiene $\frac{1}{8}$ in. de grosor y 1 in. de ancho, determine el esfuerzo normal en la porción central de dicho eslabón cuando *a)* $\theta = 0$, *b)* $\theta = 90°$.

1.10 El eslabón *AC* tiene una sección transversal rectangular uniforme de $\frac{1}{16}$ in. de espesor y $\frac{1}{4}$ in. de ancho. Determine el esfuerzo normal en la porción central de dicho eslabón.

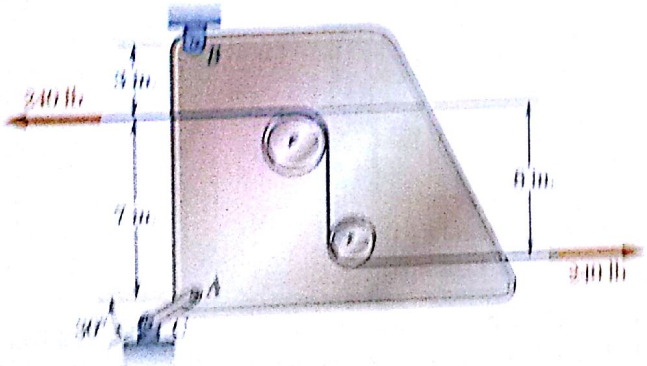


Figura P1.10

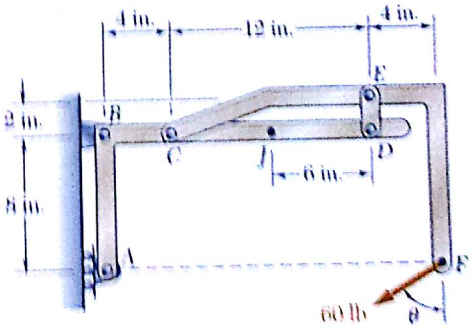


Figura P1.9

1.11 La barra rígida *EFG* está sostenida por el sistema de armaduras que se muestra en la figura. Si se sabe que el elemento *CG* es una varilla circular sólida de 0.75 in. de diámetro, determine el esfuerzo normal en *CG*.

1.12 La barra rígida *EFG* está sostenida por el sistema de armaduras que se muestra en la figura. Determine el área de la sección transversal del elemento *AE* para la cual el esfuerzo normal en él es de 15 ksi.

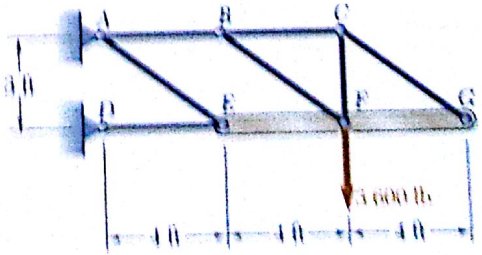


Figura P1.11 y P1.12

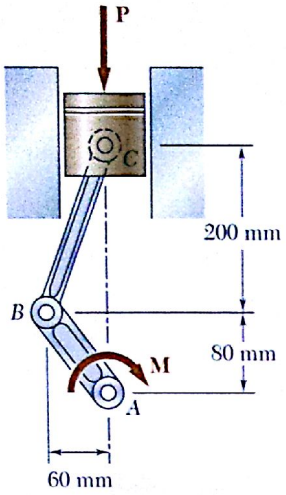


Figura P1.13

1.13 Un par **M** con magnitud de 1 500 N · m se aplica a la manivela de un motor. Para la posición mostrada, determine *a*) la fuerza **P** requerida para mantener en equilibrio al sistema de la máquina, *b*) el esfuerzo normal promedio en la biela *BC*, la cual tiene una sección transversal uniforme de 450 mm^2.

1.14 La barra de un remolque para aviones se posiciona mediante un cilindro hidráulico sencillo, conectado mediante una varilla de acero de 25 mm de diámetro a las dos unidades idénticas de brazo *DEF* y a la rueda. La masa de toda la barra del remolque es de 200 kg y su centro de gravedad se localiza en *G*. Para la posición mostrada, determine el esfuerzo normal en la varilla.

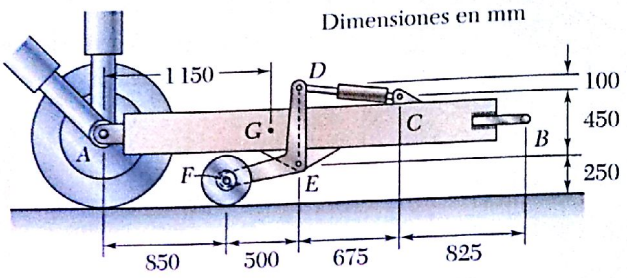


Figura P1.14

1.15 Los elementos de madera *A* y *B* deben unirse mediante láminas de madera contrachapada que se pegarán por completo sobre las superficies en contacto. Como parte del diseño de la junta y puesto que el claro entre los extremos de los elementos será de 6 mm, determine la longitud mínima permisible *L*, si el esfuerzo cortante promedio en el pegamento no debe exceder 700 kPa.

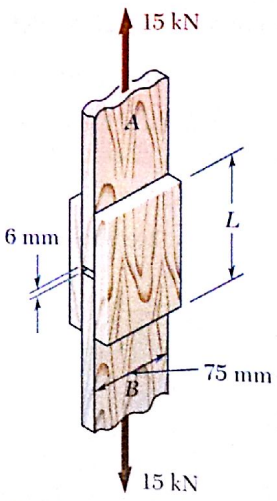


Figura P1.15

1.16 Cuando la fuerza **P** alcanzó 1 600 lb, el elemento de madera mostrado falló a cortante a lo largo de la superficie indicada por la línea punteada. Determine el esfuerzo cortante promedio a lo largo de esa superficie en el momento de la falla.

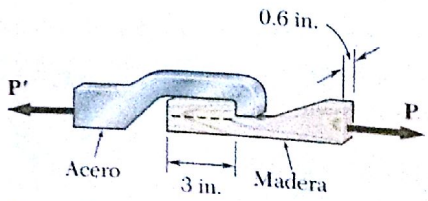


Figura P1.16

1.17 Dos planchas de madera, cada una de $\frac{1}{2}$ in. de espesor y 9 in. de ancho, están unidas por el ensamble pegado de mortaja que se muestra en la figura. Si se sabe que la junta fallará a lo largo de su grano cuando el esfuerzo cortante promedio en el pegamento alcance 1.20 ksi, determine la magnitud P de la carga axial que causará una falla en la junta.

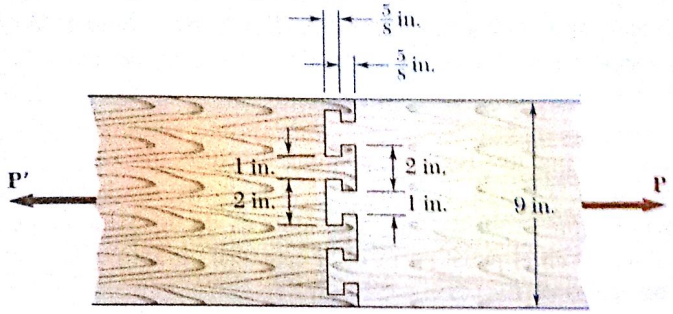


Figura *P1.17*

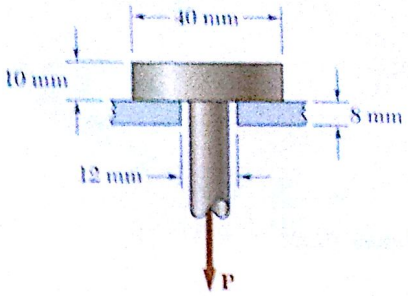


Figura P1.18

1.18 Una carga **P** se aplica a una varilla de acero soportada, como se muestra en la figura, por una placa de aluminio en la que se ha perforado un barreno de 12 mm de diámetro. Si se sabe que el esfuerzo cortante no debe exceder 180 MPa en la varilla de acero y 70 MPa en la placa de aluminio, determine la máxima carga **P** que puede aplicarse a la varilla.

1.19 La fuerza axial en la columna que soporta la viga de madera que se muestra en la figura es $P = 20$ kips. Determine la longitud mínima permisible L de la zapata de carga si el esfuerzo de apoyo en la madera no debe ser mayor que 400 psi.

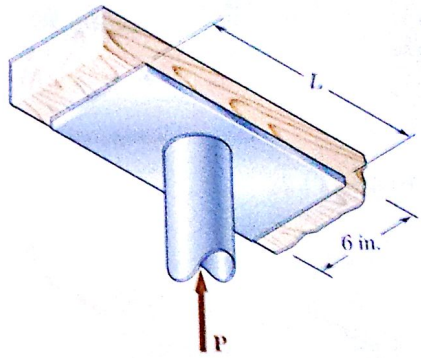


Figura P1.19

1.20 La carga **P** aplicada sobre una varilla de acero se distribuye hacia una viga de soporte mediante una arandela anular. El diámetro de la varilla es de 22 mm y el diámetro interior de la arandela es de 25 mm, un poco mayor que el diámetro del orificio. Determine el máximo diámetro exterior d permisible para la arandela, si se sabe que el esfuerzo normal axial en la varilla de acero es de 35 MPa y que el esfuerzo de apoyo promedio entre la arandela y la viga no debe exceder 5 MPa.

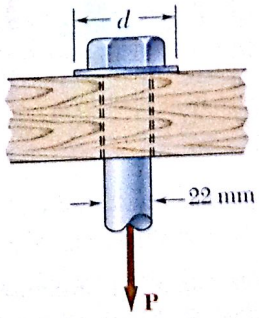


Figura P1.20

1.21 Una carga axial de 40 kN se aplica sobre un poste corto de madera, sostenido por un basamento de concreto que descansa sobre suelo regular. Determine *a*) el esfuerzo de apoyo máximo sobre el basamento de concreto, *b*) el tamaño del basamento para el cual el esfuerzo de apoyo promedio en el suelo es de 145 kPa.

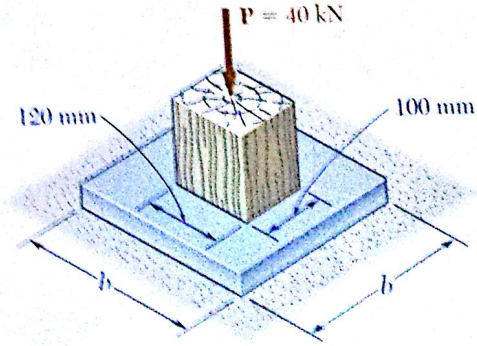


Figura P1.21

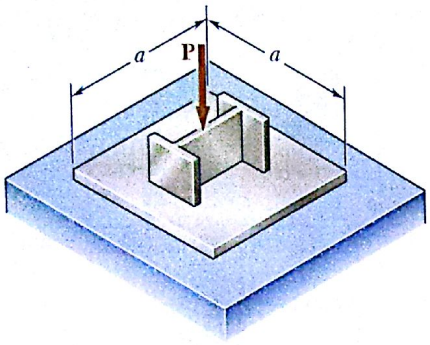


Figura *P1.22*

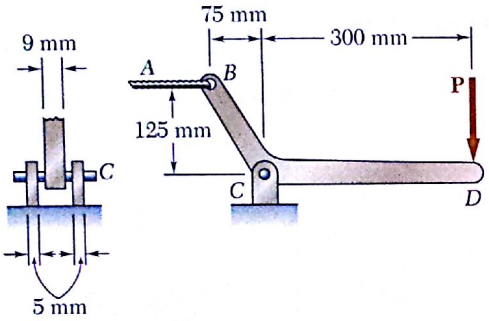


Figura P1.23 y *P1.24*

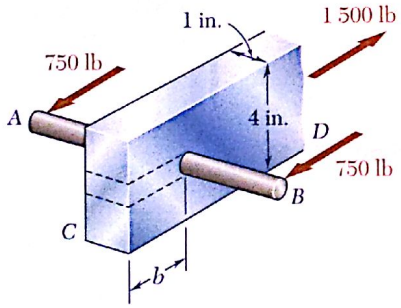


Figura P1.25

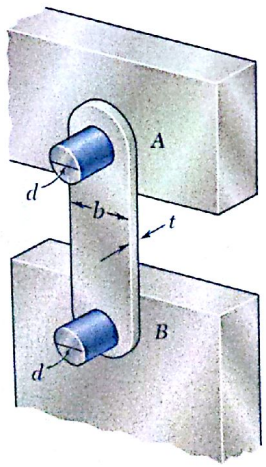


Figura P1.28

1.22 Una carga axial **P** es soportada por una columna corta W8 × 40 con un área de sección transversal $A = 11.7$ in.^{2} y se distribuye hacia un cimiento de concreto mediante una placa cuadrada como se observa en la figura. Si se sabe que el esfuerzo normal promedio en la columna no debe exceder 30 ksi y que el esfuerzo de apoyo sobre el cimiento de concreto no debe exceder 3.0 ksi, determine el lado a de la placa que proporcionará el diseño más económico y seguro.

1.23 Un pasador de 6 mm de diámetro se utiliza en la conexión C del pedal que se muestra en la figura. Si se sabe que $P = 500$ N, determine *a*) el esfuerzo cortante promedio en el pasador, *b*) el esfuerzo de apoyo nominal en el pedal en C, *c*) el esfuerzo de apoyo nominal en cada ménsula de apoyo en C.

1.24 Si se sabe que una fuerza **P** con una magnitud de 750 N se aplica al pedal que se muestra en la figura, determine *a*) el diámetro del pasador en C para el cual el esfuerzo cortante promedio en el pasador es de 40 MPa, *b*) el esfuerzo de apoyo correspondiente en el pedal en C, *c*) el esfuerzo de apoyo correspondiente en cada ménsula de apoyo en C.

1.25 Una varilla de acero AB con $\frac{5}{8}$ in. de diámetro se ajusta a un orificio redondo cerca del extremo C del elemento de madera CD. Para la carga mostrada, determine *a*) el esfuerzo máximo normal promedio en la madera, *b*) la distancia b para la cual el esfuerzo cortante promedio es de 100 psi sobre las superficies indicadas por líneas punteadas, *c*) el esfuerzo de apoyo promedio sobre la madera.

1.26 Dos sistemas idénticos de eslabón y cilindro hidráulico controlan la posición de las horquillas de un montacargas. La carga soportada para el sistema que se muestra en la figura es de 1 500 lb. Si se sabe que el grosor del elemento BD es $\frac{5}{8}$ in., determine *a*) el esfuerzo cortante promedio en el pasador de $\frac{1}{2}$ in. de diámetro en B, *b*) el esfuerzo de apoyo en B en el elemento BD.

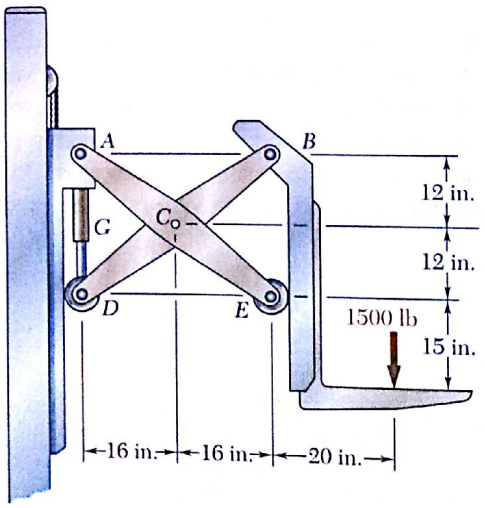


Figura P1.26

1.27 Para el ensamble y la carga del problema 1.7, determine *a*) el esfuerzo cortante promedio en el pasador en B, *b*) el esfuerzo de apoyo promedio en B en el elemento BD, *c*) el esfuerzo de apoyo promedio en B en el elemento ABC, si se sabe que este elemento tiene una sección transversal rectangular uniforme de 10 × 50 mm.

1.28 El eslabón AB, cuyo ancho es $b = 50$ mm y su grosor $t = 6$ mm, se emplea para soportar el extremo de una viga horizontal. Si se sabe que el esfuerzo normal promedio en el eslabón es de −140 MPa y que el esfuerzo cortante promedio en cada uno de los pasadores es de 80 MPa, determine *a*) el diámetro d de los pasadores, *b*) el esfuerzo promedio de apoyo en el eslabón.

1.11 ESFUERZOS EN UN PLANO OBLICUO BAJO CARGA AXIAL

En las secciones precedentes, se encontró que las fuerzas axiales ejercidas en un elemento sometido a dos fuerzas (figura 1.28*a*) causan esfuerzos normales en ese elemento (figura 1.28*b*), mientras que también se encontró que las fuerzas transversales ejercidas sobre pernos y pasadores (figura 1.29*a*) causan esfuerzos cortantes en esas conexiones (figura 1.29*b*). La razón de que tal relación observada entre las fuerzas axiales y los esfuerzos normales, por una parte, y las fuerzas transversales y los esfuerzos cortantes, por la otra, fue que los esfuerzos se determinaron únicamente en los planos perpendiculares al eje del elemento o conexión. Como se verá en esta sección, las fuerzas axiales causan esfuerzos tanto normales como cortantes en planos que no son perpendiculares al eje del elemento. De manera similar, las fuerzas transversales ejercidas sobre un perno o pasador producen esfuerzos tanto normales como cortantes en planos que no son perpendiculares al eje del perno o pasador.

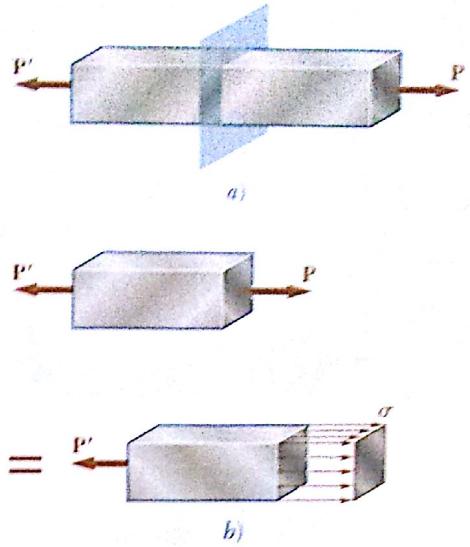


Figura 1.28

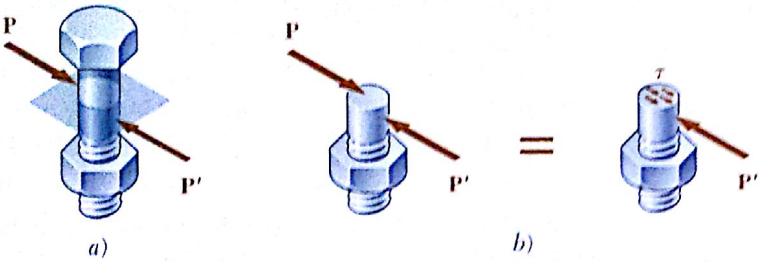


Figura 1.29

Considere el elemento de dos fuerzas de la figura 1.28, que se encuentra sometido a fuerzas axiales **P** y **P**′. Si se realiza un corte en dicho elemento, que forme un ángulo θ con un plano normal (figura 1.30*a*) y se dibuja el diagrama de cuerpo libre de la porción del elemento localizada a la izquierda de ese corte (figura 1.30*b*), se encuentra a partir de las condiciones de equilibrio del cuerpo libre que las fuerzas distribuidas que actúan en la sección deben ser equivalentes a la fuerza **P**.

Separando **P** en sus componentes **F** y **V**, que son, respectivamente normal y tangencial al corte (figura 1.30*c*), se tiene que

$$F = P\cos\theta \qquad V = P\operatorname{sen}\theta \tag{1.12}$$

La fuerza **F** representa la resultante de las fuerzas normales distribuidas a través de la sección, y la fuerza **V** la resultante de las fuerzas cortantes (figura 1.30*d*). Los valores promedio de los esfuerzos normales y cortantes correspondientes se obtienen dividiendo, respectivamente, F y V entre el área A_θ de la sección:

$$\sigma = \frac{F}{A_\theta} \qquad \tau = \frac{V}{A_\theta} \tag{1.13}$$

Al sustituir los valores de F y V de la ecuación (1.12) en la ecuación (1.13), y observando de la figura 1.30*c* que $A_0 = A_\theta\cos\theta$, o que $A_\theta = A_0/\cos\theta$,

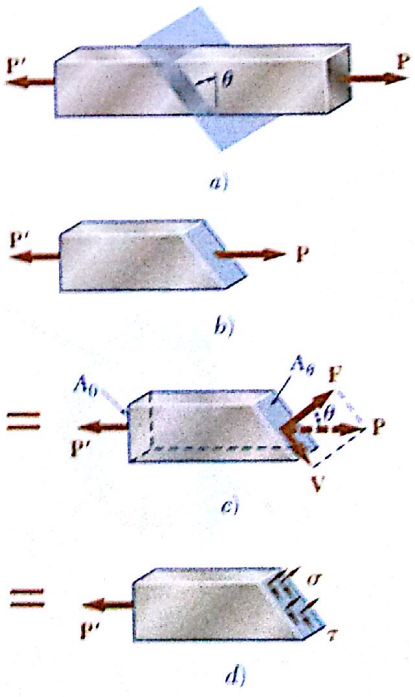


Figura 1.30

donde A_0 denota el área de una sección perpendicular al eje del elemento, de lo que se obtiene

$$\sigma = \frac{P\cos\theta}{A_0/\cos\theta} \qquad \tau = \frac{P\,\text{sen}\,\theta}{A_0/\cos\theta}$$

o

$$\sigma = \frac{P}{A_0}\cos^2\theta \qquad \tau = \frac{P}{A_0}\,\text{sen}\,\theta\cos\theta \tag{1.14}$$

De la primera de las ecuaciones (1.14) se observa que el valor del esfuerzo normal σ es el máximo cuando $\theta = 0$, es decir, cuando el plano de la sección es perpendicular al eje del elemento, y que se aproxima a cero al aproximarse θ a 90°. Se verifica que el valor de σ cuando $\theta = 0$ es

$$\sigma_m = \frac{P}{A_0} \tag{1.15}$$

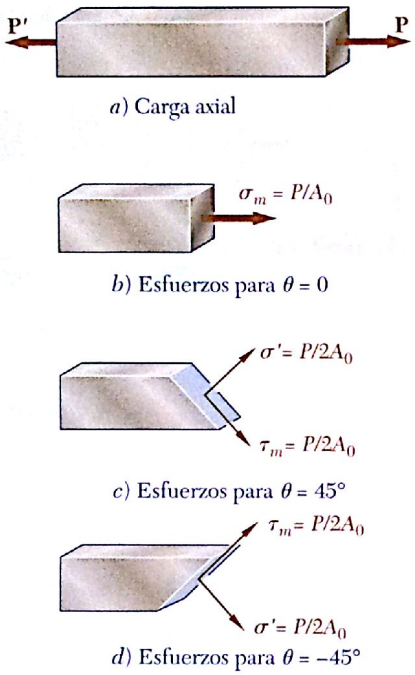
como se encontró en la sección 1.3. La segunda de las ecuaciones (1.14) muestra que el esfuerzo cortante τ es cero para $\theta = 0$ y para $\theta = 90°$, y que para $\theta = 45°$ alcanza su valor máximo

$$\tau_m = \frac{P}{A_0}\,\text{sen}\,45°\cos 45° = \frac{P}{2A_0} \tag{1.16}$$

La primera de las ecuaciones (1.14) indica que, cuando $\theta = 45°$, el esfuerzo normal σ' también es igual a $P/2A_0$:

$$\sigma' = \frac{P}{A_0}\cos^2 45° = \frac{P}{2A_0} \tag{1.17}$$

Los resultados obtenidos en las ecuaciones (1.15), (1.16) y (1.17) se muestran gráficamente en la figura 1.31. Se observa que la misma carga produce un esfuerzo normal $\sigma_m = P/A_0$ y ningún esfuerzo cortante (figura 1.31*b*), o un esfuerzo normal y un esfuerzo cortante de la misma magnitud $\sigma' = \tau_m = P/2A_0$ (figura 1.31*c* y *d*), dependiendo de la orientación del corte.



a) Carga axial

b) Esfuerzos para $\theta = 0$

c) Esfuerzos para $\theta = 45°$

d) Esfuerzos para $\theta = -45°$

Figura 1.31

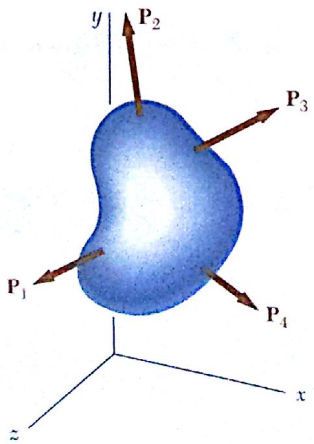


Figura 1.32

1.12 ESFUERZOS BAJO CONDICIONES GENERALES DE CARGA. COMPONENTES DEL ESFUERZO

Los ejemplos de las secciones previas estuvieron restringidos a elementos bajo carga axial y a conexiones bajo carga transversal. La mayoría de los elementos estructurales y de los componentes de maquinaria se encuentran bajo condiciones de carga más complicadas.

Sea un cuerpo sujeto a varias cargas $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$, etc., (figura 1.32). Para comprender la condición de esfuerzos creada por estas cargas en algún punto Q dentro del cuerpo, primero se efectuará un corte a través de Q, utilizando un plano paralelo al plano yz. La porción del cuerpo a la izquierda de la sección está sujeta a algunas de las cargas originales, y a las fuerzas normales y de corte distribuidas a través de la sección. Denotaremos con $\Delta\mathbf{F}^x$ y $\Delta\mathbf{V}^x$, respectivamente, las fuerzas normales y de corte que actúan sobre una pequeña

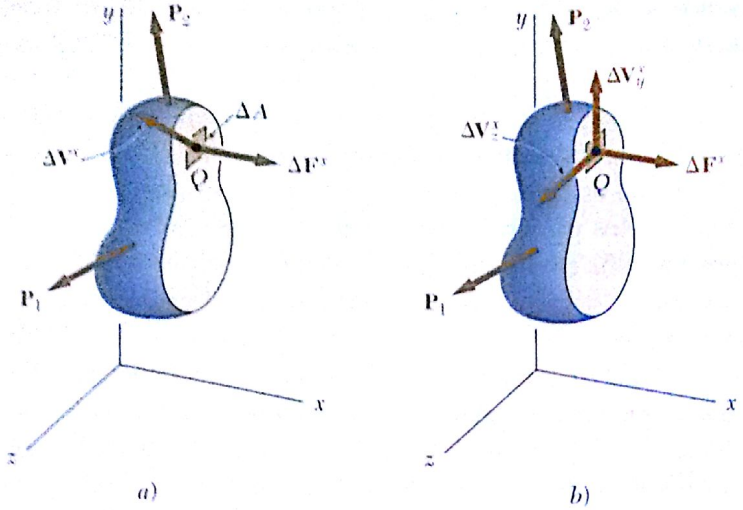


Figura 1.33

área ΔA que rodea al punto Q (figura 1.33*a*). Note que el superíndice x se emplea para indicar que las fuerzas $\Delta\mathbf{F}^x$ y $\Delta\mathbf{V}^x$ actúan sobre una superficie perpendicular al eje x. En tanto que la fuerza normal $\Delta\mathbf{F}^x$ tiene una dirección bien definida, la fuerza cortante $\Delta\mathbf{V}^x$ puede tener cualquier dirección en el plano de la sección. Por lo tanto, descomponemos $\Delta\mathbf{V}^x$ en dos fuerzas componentes, $\Delta\mathbf{V}_y^x$ y $\Delta\mathbf{V}_z^x$, en direcciones paralelas a los ejes y y z, respectivamente (figura 1.33*b*). Dividiendo ahora la magnitud de cada fuerza entre el área ΔA, y haciendo que ΔA se aproxime a cero, se definen las tres componentes del esfuerzo mostradas en la figura 1.34:

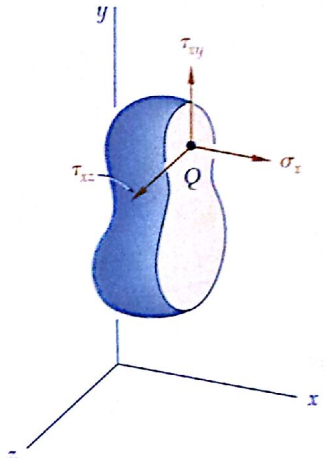


Figura 1.34

$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F^x}{\Delta A} \tag{1.18}$$

$$\tau_{xy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta V_y^x}{\Delta A} \qquad \tau_{xz} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta V_z^x}{\Delta A}$$

Se observa que el primer subíndice en σ_x, τ_{xy} y τ_{xz} se emplea para indicar que los esfuerzos bajo consideración se ejercen *sobre una superficie perpendicular al eje x*. El segundo subíndice en τ_{xy} y en τ_{xz} identifica *la dirección de la componente*. El esfuerzo normal σ_x es positivo si la flecha correspondiente apunta en la dirección x positiva, es decir, si el cuerpo está en tensión, y negativa de otra manera. En forma similar, las componentes del esfuerzo cortante τ_{xy} y τ_{xz} son positivas si las flechas correspondientes apuntan, respectivamente, en las direcciones y y z positivas.

El análisis anterior puede también llevarse a cabo considerando la porción del cuerpo localizada a la derecha del plano vertical que pasa a través de Q (figura 1.35). Las mismas magnitudes, pero con direcciones opuestas, se obtienen para las fuerzas normal y cortante $\Delta\mathbf{F}^x$, $\Delta\mathbf{V}_y^x$ y $\Delta\mathbf{V}_z^x$. Por lo tanto, los mismos valores se obtienen para las componentes correspondientes de los esfuerzos, pero ya que la sección en la figura 1.35 apunta ahora al *eje x negativo*, un signo positivo para σ_x indicará que la flecha correspondiente apunta ahora *en la dirección x negativa*. De manera similar, los signos positivos en τ_{xy} y τ_{xz} indicarán que las flechas correspondientes apuntan, respectivamente, en las direcciones y y z negativas, como indica la figura 1.35.

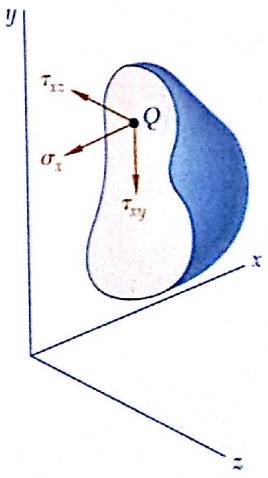


Figura 1.35

N.° INV. 30535
BIBLIOTECA

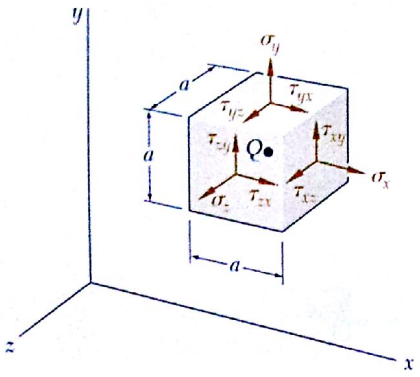


Figura 1.36

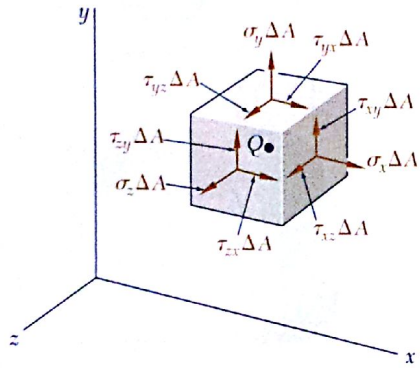


Figura 1.37

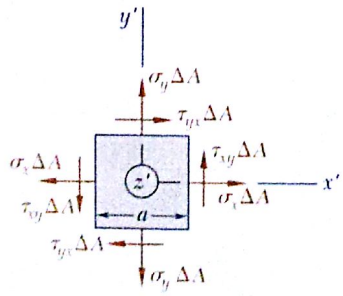


Figura 1.38

Haciendo un corte a través de Q paralelo al plano zx, se definen de la misma manera las componentes de esfuerzo σ_y, τ_{yz} y τ_{yx}. Por último, un corte a través de Q paralelo al plano xy da las componentes σ_z, τ_{zx} y τ_{zy}.

Para simplificar la visualización de la condición de esfuerzos en el punto Q, considere un pequeño cubo de lado a centrado en Q y que los esfuerzos se ejercen en cada una de las seis caras del cubo (figura 1.36). Las componentes de los esfuerzos mostradas en la figura son σ_x, σ_y y σ_z, que representan los esfuerzos normales en las caras perpendiculares respectivamente a los ejes x, y y z, y las seis componentes de los esfuerzos cortantes τ_{xy}, τ_{xz}, etc. Es preciso recordar que, de acuerdo con la definición de las componentes del esfuerzo cortante, τ_{xy} representa la componente y del esfuerzo cortante que es ejercida en la cara que es perpendicular al eje x, mientras que τ_{yx} representa la componente x del esfuerzo cortante que se ejerce sobre la cara que es perpendicular al eje y. Advierta que sólo tres caras del cubo son visibles en la figura 1.36, y que en las caras opuestas actúan componentes de esfuerzos iguales y opuestas. En tanto que los esfuerzos que actúan sobre las caras del cubo difieren ligeramente de los esfuerzos en Q, el error involucrado es pequeño y desaparece cuando el lado a del cubo se aproxima a cero.

Ahora se deducirán algunas relaciones importantes entre las componentes del esfuerzo cortante. Considere el diagrama de cuerpo libre del pequeño cubo centrado en el punto Q (figura 1.37). Las fuerzas normales y cortantes que actúan sobre las diversas caras del cubo se obtienen multiplicando las componentes correspondientes del esfuerzo por el área ΔA de cada cara. Primero se escribirán las tres ecuaciones de equilibrio siguientes:

$$\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma F_y = 0 \qquad \Sigma F_z = 0 \tag{1.19}$$

Como hay fuerzas iguales y opuestas a las fuerzas mostradas en la figura 1.37 actuando sobre las caras ocultas del cubo, es claro que las ecuaciones (1.19) se satisfacen. Considerando, ahora, los momentos de las fuerzas alrededor de los ejes Qx', Qy' y Qz' dibujados desde Q en direcciones paralelas respectivamente a los ejes x, y y z, se anotarán tres ecuaciones adicionales

$$\Sigma M_{x'} = 0 \qquad \Sigma M_{y'} = 0 \qquad \Sigma M_{z'} = 0 \tag{1.20}$$

Utilizando una proyección sobre el plano $x'y'$ (figura 1.38), se advierte que las únicas fuerzas con momentos alrededor del eje z distintas de cero son las fuerzas cortantes. Estas fuerzas forman dos pares, uno de ellos es un momento $(\tau_{xy}\,\Delta A)a$, en la dirección antihoraria (positiva), y el otro es un momento $-(\tau_{yx}\,\Delta A)a$, en dirección horaria (negativa). La última de las tres ecuaciones (1.20) da, por lo tanto

$$+\circlearrowleft \Sigma M_z = 0: \qquad (\tau_{xy}\,\Delta A)a - (\tau_{yx}\,\Delta A)a = 0$$

de donde se concluye que

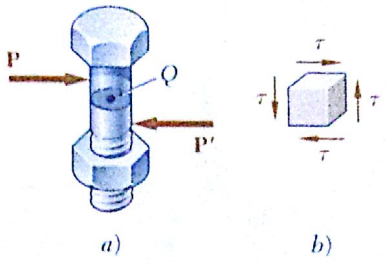
$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \tag{1.21}$$

La relación obtenida muestra que la componente y del esfuerzo cortante ejercida sobre una cara perpendicular al eje x es igual a la componente x del mo-

mento cortante ejercido sobre una cara perpendicular al eje y. De las dos ecuaciones (1.20) restantes, deducimos de manera similar las relaciones

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \qquad \tau_{zx} = \tau_{xz} \tag{1.22}$$

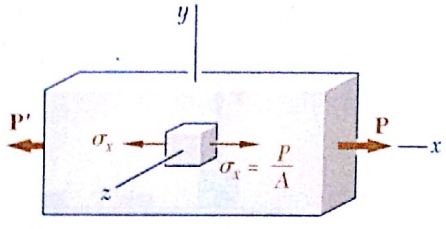
Se concluye, a partir de las ecuaciones (1.21) y (1.22), que sólo se requieren seis componentes de esfuerzo para definir la condición de esfuerzo en un punto dado Q, en lugar de nueve como se supuso al principio. Estas seis componentes son σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz} y τ_{zx}. También se observa que, en un punto dado, *el cortante no puede ocurrir en un plano únicamente*; un esfuerzo cortante igual debe ser ejercido en otro plano perpendicular al primero. Por ejemplo, considerando de nuevo el pasador de la figura 1.29 y un pequeño cubo en el centro Q del pasador (figura 1.39*a*), se encuentra que deben ejercerse esfuerzos cortantes de igual magnitud en las dos caras horizontales del cubo y en las dos caras que son perpendiculares a las fuerzas **P** y **P′** (figura 1.39*b*).



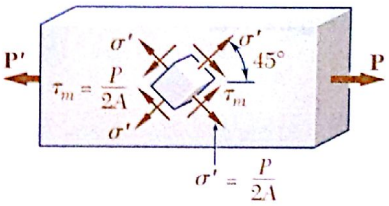
a) *b)*

Figura 1.39

Antes de concluir este análisis sobre las componentes del esfuerzo, considere de nuevo el caso de un elemento bajo carga axial. Si se estudia un pequeño cubo con caras paralelas a las caras del elemento y se recuerdan los resultados de la sección 1.11, se verá que las condiciones de esfuerzo en el elemento pueden describirse como se muestra en la figura 1.40*a*. Los únicos esfuerzos son los esfuerzos normales σ_x ejercidos sobre las caras del cubo que son perpendiculares al eje x. No obstante, si se gira el pequeño cubo 45° alrededor del eje z de tal manera que su nueva orientación sea igual a la orientación de las secciones consideradas en la figura 1.31*c* y *d*, se concluye que se ejercen esfuerzos normales y cortantes de igual magnitud sobre cuatro caras del cubo (figura 1.40*b*). Se observará, de esta manera, que la misma condición de carga puede conducir a distintas interpretaciones de la situación de esfuerzos en un punto dado, dependiendo de la orientación del elemento considerado. En el capítulo 7 se explicará más este aspecto.



a)



b)

Figura 1.40

1.13 CONSIDERACIONES DE DISEÑO

En las secciones previas se aprendió a determinar los esfuerzos en varillas, pernos y pasadores en condiciones sencillas de carga. En capítulos posteriores se aprenderá a determinar esfuerzos en situaciones más complejas. En las aplicaciones de ingeniería, sin embargo, la determinación de esfuerzos rara vez es un fin en sí misma. Al contrario, el conocimiento de los esfuerzos lo emplean los ingenieros como un apoyo a su tarea más importante: el diseño de estructuras y máquinas que puedan desempeñar una tarea específica en forma segura y económica.

a. Determinación de la resistencia última del material. Un elemento importante que debe considerar un diseñador es cómo se comportará el material que ha seleccionado cuando esté sometido a una carga. Para un material dado, esto se determina realizando ensayos específicos sobre muestras preparadas del material. Por ejemplo, una probeta de acero puede prepararse y colocarse en una máquina de ensayo de laboratorio para someterla a una fuerza centrada axial de tensión conocida, como se describe en la sección 2.3. Al aumentar la magnitud de la fuerza, se miden varios cambios en la probeta, por ejemplo, cambios en su longitud y diámetro. Finalmente se alcanzará la máxima fuerza que puede aplicarse a la probeta, la cual se romperá

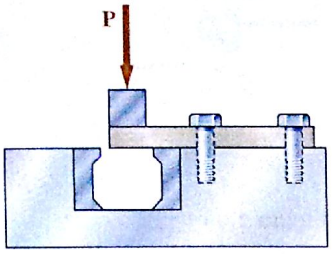


Figura 1.41

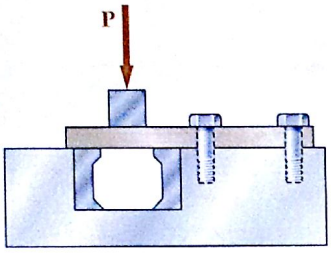


Figura 1.42

o comenzará a soportar menos carga. Esta máxima fuerza se llama la *carga última* del material y se denota como P_U. Debido a que la carga aplicada es centrada, puede dividirse la carga última por el área transversal original de la varilla para obtener el *esfuerzo último normal* del material usado. Este esfuerzo, también conocido como la *resistencia última a la tensión* del material, es

$$\sigma_U = \frac{P_U}{A} \tag{1.23}$$

Se encuentran disponibles varios procedimientos de ensayo para determinar el *esfuerzo cortante último*, o *resistencia última al corte*, de un material. El más común consiste en el torcimiento de un tubo circular (sección 3.5). Uno más directo, aunque menos exacto, consiste en sujetar una barra rectangular o redonda en una herramienta de corte (figura 1.41) y aplicarle una carga P que va siempre en aumento hasta obtener la carga última P_U para corte único. Si el extremo libre de la probeta descansa sobre ambos dados endurecidos (figura 1.42), se obtiene la carga última para cortante doble. En cualquier caso, el esfuerzo cortante último τ_U se obtiene al dividir la carga última entre el área total sobre la que ha ocurrido el corte. Recuerde que, en el caso del corte puro, esta área es el área de sección transversal A del espécimen, mientras que en corte doble es dos veces el área de sección transversal.

b. Carga permisible y esfuerzo permisible. Factor de seguridad. La máxima carga que puede soportar a un elemento estructural o un componente de maquinaria en condiciones normales de uso es considerablemente más pequeña que la carga última. Esta carga más pequeña se conoce como la *carga permisible* y, en ocasiones, como la *carga de trabajo* o *carga de diseño*. Así, sólo una fracción de la capacidad última de carga del elemento se utiliza cuando se aplica la carga permisible. El remanente de la capacidad portadora de carga del elemento se mantiene en reserva para asegurar su desempeño seguro. La razón de la carga última a la carga permisible se emplea para definir el *factor de seguridad*.† Se tiene que

$$\text{Factor de seguridad} = F.S. = \frac{\text{carga última}}{\text{carga permisible}} \tag{1.24}$$

Una definición alterna del factor de seguridad se basa en el uso de esfuerzos:

$$\text{Factor de seguridad} = F.S. = \frac{\text{esfuerzo último}}{\text{esfuerzo permisible}} \tag{1.25}$$

Las dos expresiones dadas para el factor de seguridad en las ecuaciones (1.24) y (1.25) son idénticas cuando existe una relación lineal entre la carga y el esfuerzo. Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería esta relación deja de ser lineal al acercarse la carga a su valor último, y el factor de seguridad obtenido de la ecuación (1.25) no suministra una evaluación váli-

† En algunos campos de la ingeniería, sobre todo en el de la ingeniería aeronáutica, el *margen de seguridad* se emplea en lugar del factor de seguridad. El margen de seguridad se define como el factor de seguridad. El margen de seguridad se define como el factor de seguridad menos uno; esto es, margen de seguridad = $F.S. - 1.00$.

da de la seguridad de un diseño dado. Sin embargo, el *método de diseño por esfuerzo permisible*, basado en el uso de la ecuación (1.25), se utiliza ampliamente.

c. Selección de un factor de seguridad adecuado. La selección del factor de seguridad que debe usarse en distintas aplicaciones es una de las tareas más importantes de los ingenieros. Por una parte, si el factor de seguridad se elige demasiado pequeño, la posibilidad de falla se torna inaceptablemente grande; por otra, si se elige demasiado grande, el resultado es un diseño caro o no funcional. La elección de un factor de seguridad apropiado para una determinada aplicación de diseño requiere de un acertado juicio por parte del ingeniero basado en muchas consideraciones como las siguientes:

1. *Variaciones que pueden ocurrir en las propiedades del elemento bajo consideración.* La composición, resistencia y dimensiones del elemento están sujetas a pequeñas variaciones durante la manufactura. Además, las propiedades del material pueden alterarse y, con ello, introducir esfuerzos residuales debido al calentamiento o deformación que puedan ocurrir durante la manufactura, almacenamiento, transporte o construcción del material.
2. *Número de cargas que puedan esperarse durante la vida de la estructura o máquina.* Para la mayoría de los materiales el esfuerzo último disminuye al aumentar el número de aplicaciones de carga. Este fenómeno se conoce como *fatiga* y, si se ignora, puede provocar una falla repentina (sección 2.7).
3. *Tipo de cargas que se han planeado para el diseño, o que puedan ocurrir en el futuro.* Muy pocas situaciones de carga se conocen con certeza. La mayoría de las cargas de diseño son aproximaciones. Además, las alteraciones futuras o cambios en el uso pueden introducir cambios en la carga real. Para cargas dinámicas, cíclicas o de impulso, se requieren mayores factores de seguridad.
4. *Tipo de falla que pueda ocurrir.* Los materiales frágiles comúnmente fallan de manera repentina, sin indicación previa de que el colapso es inminente. Por otra parte, los materiales dúctiles, como el acero estructural, con frecuencia sufren una sustancial deformación, llamada *cedencia*, antes de fallar, dando así una advertencia de que existe la sobrecarga. Sin embargo, la mayoría de las fallas de estabilidad o por pandeo son repentinas, sea frágil el material o no. Cuando existe la posibilidad de falla repentina, debe emplearse un mayor factor de seguridad que cuando la falla es precedida por señales obvias de advertencia.
5. *Incertidumbre debida a los métodos de análisis.* Todos los métodos de diseño se basan en ciertas suposiciones simplificadoras que se traducen en que los esfuerzos calculados sean sólo aproximaciones de los esfuerzos reales.
6. *Deterioro que pueda ocurrir en el futuro por mantenimiento incorrecto o por causas naturales inevitables.* Un factor de seguridad mayor es necesario en localidades donde las condiciones como la corrosión y la putrefacción son difíciles de controlar o hasta de descubrir.
7. *Importancia de un elemento dado a la integridad de la estructura completa.* Los refuerzos y los elementos secundarios pueden diseñarse en muchos casos, con un factor de seguridad menor que el empleado para los elementos principales.

Además de lo anterior, hay la consideración adicional relativa al riesgo para la vida y para la propiedad que una falla produciría. Cuando una falla no implica un riesgo para la vida, sino sólo un riesgo mínimo para la propiedad, puede considerarse el uso de un factor de seguridad menor. Por último, está la consideración práctica de que, a menos que se utilice un diseño cuidadoso con un factor de seguridad no excesivo, una estructura o máquina puede no desempeñar la función para la que fue diseñada. Por ejemplo, algunos altos factores de seguridad en aviación pueden tener un efecto inaceptable sobre el peso de una aeronave.

Para la mayor parte de las aplicaciones estructurales y de maquinaria, los factores de seguridad se establecen en las especificaciones de diseño o en los códigos de construcción elaborados por comités de experimentados ingenieros que trabajan con sociedades profesionales, con la industria o con agencias federales, estatales o municipales. Ejemplos de tales especificaciones de diseño y de códigos de construcción en Estados Unidos son:

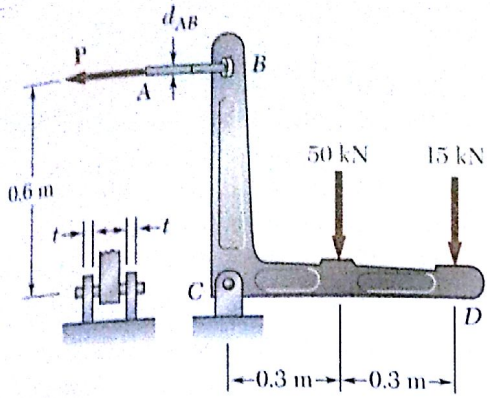
1. *Acero:* American Institute of Steel Construction, Specifications for Structural Steel Buildings.
2. *Concreto:* American Concrete Institute, Building Code Requirement for Structural Concrete.
3. *Madera:* American Forest and Paper Association, National Design Specification for Wood Construction.
4. *Puentes para carreteras:* American Association of State Highway Officials, Standard Specifications for Highway Bridges.

***d. Diseño por carga y por factor de resistencia.** Como se vio antes, el método de esfuerzo permisible requiere que todas las incertidumbres asociadas con el diseño de una estructura o elemento de máquina se agrupen en un solo factor de seguridad. Un método alterno de diseño, que está ganando aceptación, sobre todo entre los ingenieros estructurales, hace posible distinguir entre las incertidumbres asociadas con la estructura misma y aquellas asociadas con la carga para cuyo soporte está diseñada, por medio de tres diferentes factores. Este método, denominado *Diseño por Carga y por Factor de Resistencia* (*DCFR*), también permite al diseñador distinguir entre las incertidumbres asociadas con la *carga viva*, P_V, esto es, con la carga que será soportada por la estructura, y con la *carga muerta*, P_M, que es el peso de la porción de la estructura que contribuye a la carga total.

Cuando se emplea este método de diseño, la *carga última*, P_U, de la estructura, esto es, la carga a la que la estructura deja de ser útil, deberá determinarse primero. El diseño propuesto es aceptable si se satisface la siguiente desigualdad:

$$\gamma_M P_M + \gamma_V P_V \leq \phi P_U \tag{1.26}$$

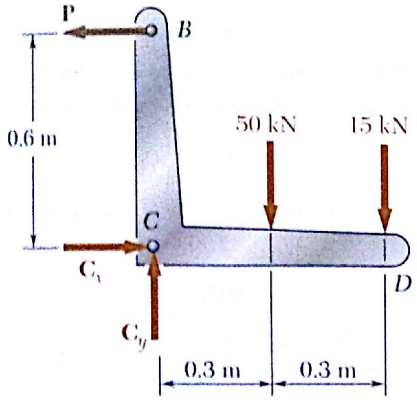
El coeficiente ϕ se denomina *factor de resistencia*; tiene en cuenta las incertidumbres asociadas con la estructura misma y normalmente será menos de 1. Los coeficientes γ_M y γ_V se conocen como los *factores de carga*; tienen en cuenta las incertidumbres asociadas, respectivamente, con la carga muerta y serán normalmente mayores que 1, siendo γ_V generalmente mayor que γ_M. A pesar de que algunos ejemplos y problemas asignados que utilizan DCFR se han incluido en este capítulo y en los capítulos 5 y 10, el método de diseño de esfuerzo permisible será el empleado en este libro.



PROBLEMA MODELO 1.3

Se aplican dos fuerzas a la ménsula *BCD* como se muestra en la figura. *a*) Sabiendo que la varilla de control *AB* será de acero con un esfuerzo normal último de 600 MPa, determine el diámetro de la varilla utilizando un factor de seguridad de 3.3. *b*) El perno en *C* será de un acero con un esfuerzo último al corte de 350 MPa. Encuentre el diámetro del perno *C* tomando en cuenta que el factor de seguridad con respecto al corte también será de 3.3. *c*) Halle el espesor requerido de los soportes de la ménsula en *C* sabiendo que el esfuerzo permisible de apoyo del acero utilizado es de 300 MPa.

SOLUCIÓN



Cuerpo libre: ménsula entera. La reacción en *C* está representada por sus componentes $\mathbf{C}_x$ y $\mathbf{C}_y$.

$$+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0: \quad P(0.6\text{ m}) - (50\text{ kN})(0.3\text{ m}) - (15\text{ kN})(0.6\text{ m}) = 0 \qquad P = 40\text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0: \quad C_x = 40\text{ k}$$

$$\Sigma F_y = 0: \quad C_y = 65\text{ kN} \qquad C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = 76.3\text{ kN}$$

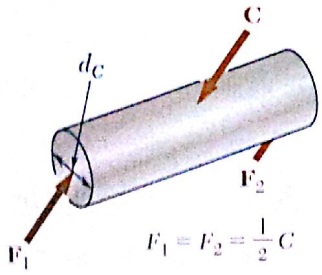
***a*) Varilla de control *AB*.** Como el factor de seguridad debe ser 3.3, el esfuerzo permisible será

$$\sigma_{\text{perm}} = \frac{\sigma_U}{F.S.} = \frac{600\text{ MPa}}{3.3} = 181.8\text{ MPa}$$

Para $P = 40$ kN el área requerida por la sección transversal es

$$A_{\text{req}} = \frac{P}{\sigma_{\text{perm}}} = \frac{40\text{ kN}}{181.8\text{ MPa}} = 220 \times 10^{-6}\text{ m}^2$$

$$A_{\text{req}} = \frac{\pi}{4} d_{AB}^2 = 220 \times 10^{-6}\text{ m}^2 \qquad d_{AB} = 16.74\text{ mm} \blacktriangleleft$$



***b*) Corte en el perno *C*.** Para un factor de seguridad de 3.3, se tiene que

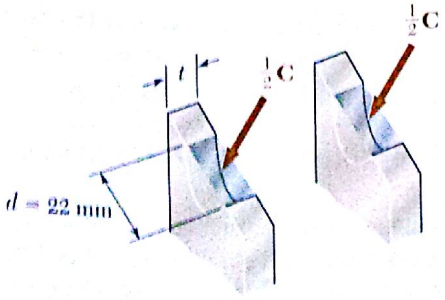
$$\tau_{\text{perm}} = \frac{\tau_U}{F.S.} = \frac{350\text{ MPa}}{3.3} = 106.1\text{ MPa}$$

Como el perno se encuentra en cortante doble

$$A_{\text{req}} = \frac{C/2}{\tau_{\text{perm}}} = \frac{(76.3\text{ kN})/2}{106.1\text{ MPa}} = 360\text{ mm}^2$$

$$A_{\text{req}} = \frac{\pi}{4} d_C^2 = 360\text{ mm}^2 \qquad d_C = 21.4\text{ mm} \qquad \text{Use: } d_C = 22\text{ mm} \blacktriangleleft$$

El siguiente tamaño más grande disponible de perno es de 22 mm y es el que deberá usarse.

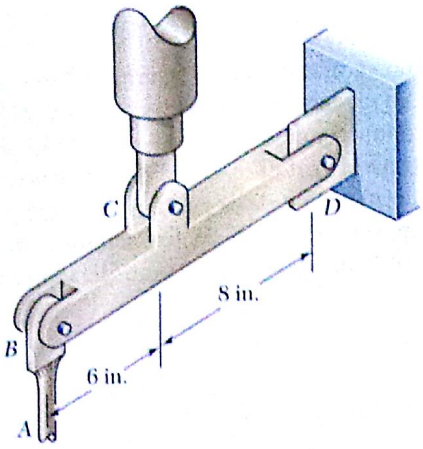


***c*) Cojinete en *C*.** Utilizando $d = 22$ mm, el área nominal de apoyo para cada ménsula es de $22t$. Ya que la fuerza que soporta cada ménsula es de $C/2$ y el esfuerzo permisible de apoyo es de 300 MPa, se escribe

$$A_{\text{req}} = \frac{C/2}{\sigma_{\text{perm}}} = \frac{(76.3\text{ kN})/2}{300\text{ MPa}} = 127.2\text{ mm}^2$$

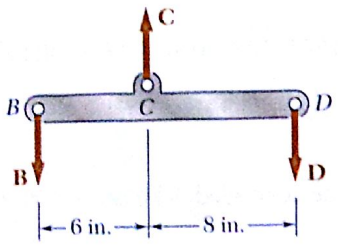
Por lo tanto $22t = 127.2$ $\qquad t = 5.78$ mm $\qquad$ Use: $t = 6$ mm ◀

PROBLEMA MODELO 1.4



La viga rígida BCD está unida por pernos a una varilla de control en B, a un cilindro hidráulico en C y a un apoyo fijo en D. Los diámetros de los pernos utilizados son: $d_B = d_D = \frac{3}{8}$ in., $d_C = \frac{1}{2}$ in. Cada perno actúa en cortante doble y está hecho de un acero para el que el esfuerzo último de corte es $\tau_U = 40$ ksi. La varilla de control AB tiene un diámetro $d_A = \frac{7}{16}$ in. y es de un acero con esfuerzo último a la tensión de $\sigma_U = 60$ ksi. Si el mínimo factor de seguridad debe ser de 3.0 para la unidad completa, encuentre la fuerza ascendente máxima que puede aplicarse al cilindro hidráulico en C.

SOLUCIÓN



El factor de seguridad con respecto a la falla debe ser de 3.0 o más en cada uno de los tres pernos y en la varilla de control. Estos cuatro criterios independientes se estudiarán por separado.

Cuerpo libre: viga *BCD*. Primero se determina la fuerza en C en términos de la fuerza en B y en términos de la fuerza en D.

$$+\circlearrowleft \Sigma M_D = 0: \qquad B(14 \text{ in.}) - C(8 \text{ in.}) = 0 \qquad C = 1.750B \tag{1}$$

$$+\circlearrowleft \Sigma M_B = 0: \qquad -D(14 \text{ in.}) + C(6 \text{ in.}) = 0 \qquad C = 2.33D \tag{2}$$

Varilla de control. Para un factor de seguridad de 3.0 se tiene que

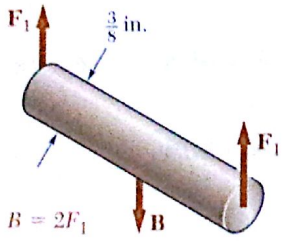
$$\sigma_{\text{perm}} = \frac{\sigma_U}{F.S.} = \frac{60 \text{ ksi}}{3.0} = 20 \text{ ksi}$$

La fuerza permisible en la varilla de control es

$$B = \sigma_{\text{perm}}(A) = (20 \text{ ksi})\tfrac{1}{4}\pi(\tfrac{7}{16} \text{ in.})^2 = 3.01 \text{ kips}$$

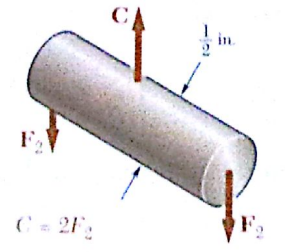
Utilizando la ecuación (1) se halla el máximo valor permisible de C:

$$C = 1.750B = 1.750(3.01 \text{ kips}) \qquad C = 5.27 \text{ kips} \triangleleft$$



Perno en *B*. $\tau_{\text{perm}} = \tau_U/F.S. = (40 \text{ ksi})/3 = 13.33 \text{ ksi}$. Como el perno está en cortante doble, la magnitud permisible de la fuerza **B** ejercida sobre el perno es

$$B = 2F_1 = 2(\tau_{\text{perm}}A) = 2(13.33 \text{ ksi})(\tfrac{1}{4}\pi)(\tfrac{3}{8} \text{ in.})^2 = 2.94 \text{ kips}$$



De la ecuación (1): $C = 1.750B = 1.750(2.94 \text{ kips}) \qquad C = 5.15 \text{ kips} \triangleleft$

Perno en *D*. Como este perno es el mismo que el perno B, la fuerza permisible es $D = B = 2.94$ kips. De la ecuación (2):

$$C = 2.33D = 2.33(2.94 \text{ kips}) \qquad C = 6.85 \text{ kips} \triangleleft$$

Perno en *C*. Nuevamente tenemos $\tau_{\text{perm}} = 13.33$ ksi y

$$C = 2F_2 = 2(\tau_{\text{perm}}A) = 2(13.33 \text{ ksi})(\tfrac{1}{4}\pi)(\tfrac{1}{2} \text{ in.})^2 \qquad C = 5.23 \text{ kips} \triangleleft$$

Resumen. Se han encontrado separadamente cuatro valores máximos permisibles para la fuerza en C. Para satisfacer todos estos criterios debe escogerse el mínimo valor, esto es:

$$C = 5.15 \text{ kips} \blacktriangleleft$$

PROBLEMAS

1.29 La carga **P** de 1.4 kip está soportada por dos elementos de madera con sección transversal uniforme, unidos mediante un empalme sencillo pegado al sesgo, como se muestra en la figura. Determine los esfuerzos normales y cortantes en el empalme pegado.

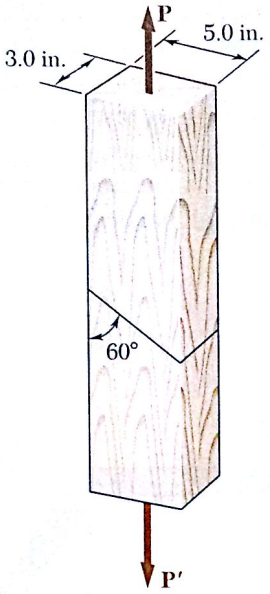


Figura P1.29 y *P1.30*

1.30 Dos elementos de madera con sección transversal rectangular uniforme están unidos mediante un empalme sencillo pegado al sesgo como se muestra en la figura. Si se sabe que el máximo esfuerzo cortante permisible en el empalme pegado es de 60 psi, determine *a*) la máxima carga **P** que puede soportarse con seguridad, *b*) el esfuerzo a tensión correspondiente en el empalme.

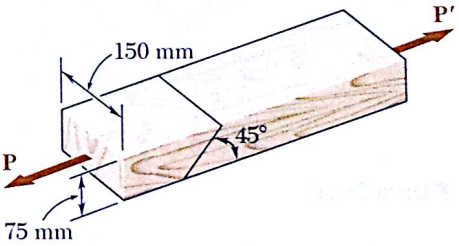


Figura P1.31 y P1.32

1.31 Dos elementos de madera de sección transversal rectangular uniforme están unidos mediante un empalme sencillo pegado al sesgo, como se muestra en la figura. Si se sabe que $P = 11$ kN, determine los esfuerzos normal y cortante en el empalme pegado.

1.32 Dos elementos de madera con sección transversal rectangular uniforme están unidos mediante un empalme sencillo pegado al sesgo como se muestra en la figura. Si se sabe que el máximo esfuerzo a tensión permisible en el empalme pegado es de 560 kPa, determine *a*) la máxima carga **P** que puede aplicarse con seguridad, *b*) el esfuerzo cortante correspondiente en el empalme.

1.33 Una carga centrada **P** se aplica al bloque de granito que se muestra en la figura. Si se sabe que el valor máximo resultante del esfuerzo cortante en el bloque es de 2.5 ksi, determine *a*) la magnitud de **P**, *b*) la orientación de la superficie donde ocurre el máximo esfuerzo cortante, *c*) el esfuerzo normal ejercido sobre esa superficie, *d*) el valor máximo del esfuerzo normal en el bloque.

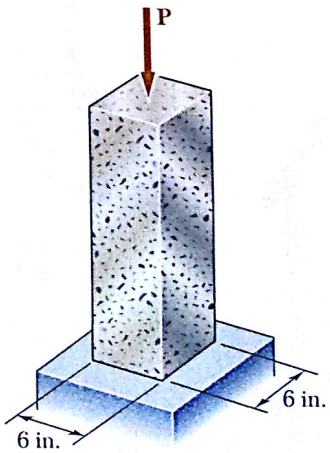


Figura P1.33 y *P1.34*

1.34 Una carga **P** de 240 kip se aplica a un bloque de granito como se muestra en la figura. Determine el valor máximo resultante de *a*) el esfuerzo normal, *b*) el esfuerzo cortante. Especifique la orientación del plano donde ocurren estos valores máximos.

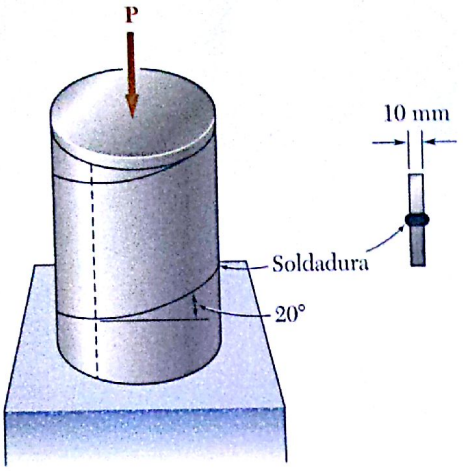


Figura P1.35 y P1.36

1.35 Un tubo de acero de 400 mm de diámetro exterior se fabrica a partir de una placa de 10 mm de espesor soldando a lo largo de una hélice que forma un ángulo de 20° con un plano perpendicular al eje del tubo. Si se sabe que los esfuerzos normal y cortante máximos permisibles en las direcciones respectivas normal y tangencial a la soldadura, son de $\sigma = 60$ MPa y $\tau = 36$ MPa, determine la magnitud P de la máxima fuerza axial que puede aplicarse al tubo.

1.36 Un tubo de acero de 400 mm de diámetro exterior se fabrica a partir de una placa de 10 mm de espesor soldando a lo largo de una hélice que forma un ángulo de 20° con un plano perpendicular al eje del tubo. Si se sabe que una fuerza axial **P** de 300 kN se aplica al tubo, determine los esfuerzos normal y cortante en las direcciones respectivas normal y tangencial a la soldadura.

1.37 Un aro de acero $ABCD$ de 1.2 m de largo y 10 mm de diámetro se coloca alrededor de una varilla de aluminio AC de 24 mm de diámetro como se muestra en la figura. Los cables BE y DF, cada uno de 12 mm de diámetro, se utilizan para aplicar la carga **Q**. Si se sabe que la resistencia última del acero empleado para el aro y los cables es de 480 MPa, y que la resistencia última del aluminio usado para la varilla es de 260 MPa, determine la máxima carga **Q** que puede aplicarse si se desea obtener un factor de seguridad global de 3.

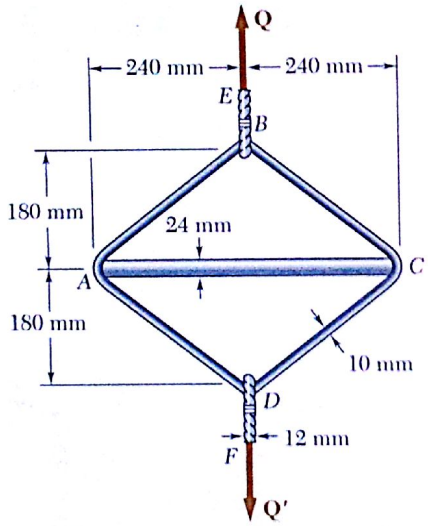


Figura P1.37

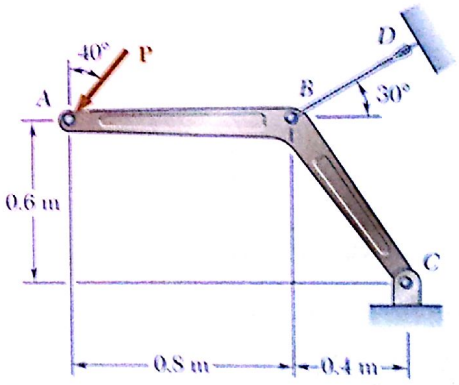


Figura P1.38 y *P1.39*

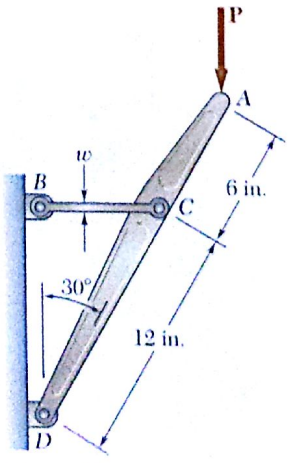


Figura P1.40 y P1.41

1.38 El elemento ABC, soportado por un pasador y una ménsula en C y un cable BD, se diseñó para soportar una carga **P** de 16 kN como se muestra en la figura. Si se sabe que la carga última para el cable BD es de 100 kN, determine el factor de seguridad respecto a la falla del cable.

1.39 Si se sabe que la carga última para el cable BD es de 100 kN y que se requiere un factor de seguridad de 3.2 respecto a la falla del cable, determine la magnitud de la máxima fuerza **P** que puede aplicarse con seguridad al elemento ABC que se muestra en la figura.

1.40 El eslabón horizontal BC tiene $\frac{1}{4}$ in. de grosor y un ancho $w = 1.25$ in., está fabricado de acero con una resistencia última a la tensión de 65 ksi. ¿Cuál es el factor de seguridad si la estructura mostrada se diseñó para soportar una carga $P = 10$ kips?

1.41 El eslabón horizontal BC tiene $\frac{1}{4}$ in. de grosor y es de un acero con una resistencia última a la tensión de 65 ksi. ¿Cuál debe ser su ancho w si la estructura mostrada se diseñó para soportar una carga $P = 8$ kips con un factor de seguridad igual a 3?

1.42 El eslabón AB debe fabricarse con un acero cuya resistencia última a la tensión sea de 450 MPa. Determine el área de la sección transversal de AB para la cual el factor de seguridad es de 3.50. Suponga que el eslabón se reforzará de manera adecuada alrededor de los pasadores en A y B.

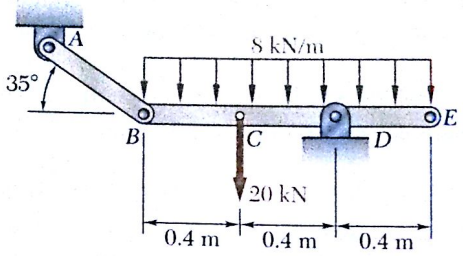


Figura *P1.42*

1.43 Los dos elementos de madera que se muestran en la figura, soportan una carga de 16 kN y se encuentran unidos mediante láminas de madera contrachapada pegadas completamente a las superficies de contacto. El esfuerzo cortante último del pegamento es de 2.5 MPa y la separación entre los elementos es de 6 mm. Determine la longitud L requerida para cada lámina si debe lograrse un factor de seguridad de 2.75.

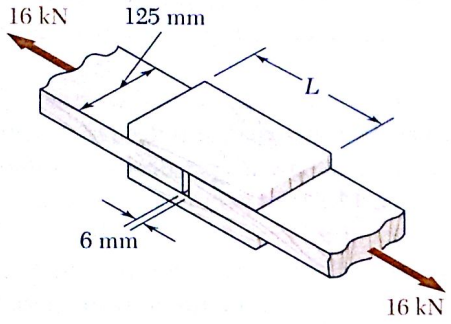


Figura P1.43

1.44 Para el ensamble y la carga del problema 1.43, determine el factor de seguridad si la longitud de cada lámina es $L = 180$ mm.

1.45 Tres pernos de acero de 18 mm de diámetro se utilizarán para unir la placa de acero a una viga de madera, como se muestra en la figura. Si se sabe que la placa puede soportar una carga de 110 kN y que el esfuerzo cortante último para el acero utilizado es de 360 MPa, determine el factor de seguridad para este diseño.

1.46 Tres pernos de acero serán utilizados para unir la placa de acero con una viga de madera, como se muestra en la figura. Si se sabe que la placa puede soportar una carga de 110 kN, que el esfuerzo cortante último para el acero utilizado es de 360 MPa y que se desea un factor de seguridad de 3.35, determine el diámetro requerido para los pernos.

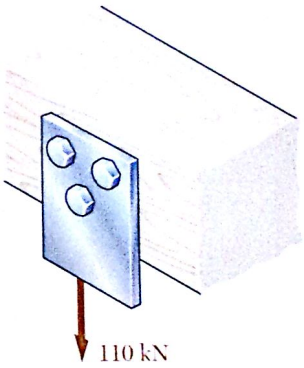


Figura *P1.45* y *P1.46*

1.47 Una carga **P** es soportada, como se muestra en la figura, por un pasador de acero que se insertó en un elemento corto de madera que cuelga del techo. La resistencia última de la madera utilizada es de 12 ksi a la tensión y de 1.5 ksi al corte, en tanto que la resistencia última del acero es de 30 ksi al corte. Si se sabe que el diámetro del pasador es $d = \frac{5}{8}$ in. y que la magnitud de la carga es $P = 5$ kips, determine *a*) el factor de seguridad para el pasador, *b*) los valores requeridos de b y c si el factor de seguridad del elemento de madera debe ser igual al que se determinó en el inciso *a*) para el pasador.

1.48 Para el soporte del problema 1.47, si se sabe que $b = 1.6$ in., $c = 2.2$ in. y $d = \frac{1}{2}$ in., determine la carga **P** si se desea un factor de seguridad general de 3.2.

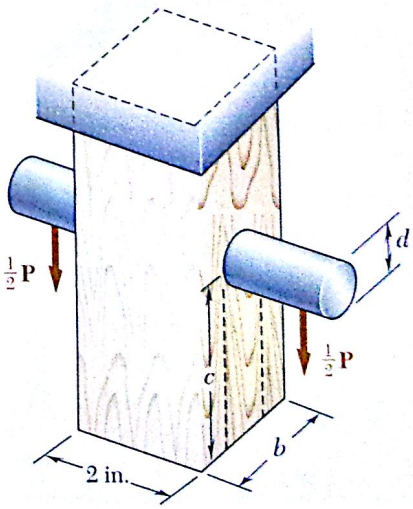


Figura P1.47

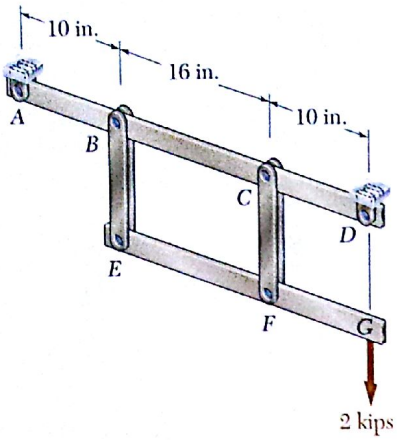


Figura P1.49

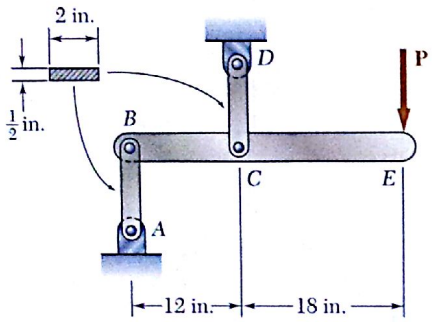


Figura P1.51

1.49 Cada uno de los dos eslabones verticales *CF*, que conectan los dos elementos horizontales *AD* y *EG*, tiene una sección transversal rectangular uniforme de $\frac{1}{4}$ in. de espesor y 1 in. de ancho, y está fabricado con acero con una resistencia última a la tensión de 60 ksi. Cada uno de los pernos en *C* y *F* tiene un diámetro de $\frac{1}{2}$ in. y están elaborados con un acero que tiene una resistencia última a cortante de 25 ksi. Determine el factor general de seguridad para los eslabones *CF* y para los pasadores que los conectan a los elementos horizontales.

1.50 Resuelva el problema 1.49, suponiendo que los pasadores en *C* y *F* fueron sustituidos por pasadores con un diámetro de $\frac{3}{4}$ in.

1.51 Cada uno de los eslabones *AB* y *CD* están conectados a un soporte y al elemento *BCE* mediante pasadores de acero de 1 in. de diámetro que actúan en cortante simple. Si se sabe que el esfuerzo cortante último para el acero usado en los pasadores es de 30 ksi y que el esfuerzo normal último para el acero usado en los eslabones es de 70 ksi, determine la carga **P** permisible si se desea un factor de seguridad general de 3.0. (Observe que los eslabones no tienen refuerzo alrededor de los orificios para los pasadores.)

1.52 Se desea considerar un diseño alterno para dar soporte al elemento *BCE* del problema 1.51, por lo que se reemplazará el eslabón *CD* por dos eslabones, cada uno con una sección transversal de $\frac{1}{4} \times 2$ in. Lo anterior ocasiona que los pasadores en *C* y *D* estén en cortante doble. Si se supone que las otras especificaciones permanecen sin cambio, determine la carga **P** permisible si se desea un factor de seguridad general de 3.0.

1.53 En la estructura de acero, que se muestra en la figura, se utiliza un pasador de 6 mm de diámetro en *C* y pasadores de 10 mm de diámetro en *B* y *D*. El esfuerzo cortante último es de 150 MPa para todas las conexiones y el esfuerzo normal último es de 400 MPa en el eslabón *BD*. Si se desea un factor de seguridad de 3.0, determine la carga máxima **P** que puede aplicarse en *A*. Observe que el eslabón *BD* no está reforzado alrededor de los orificios para los pasadores.

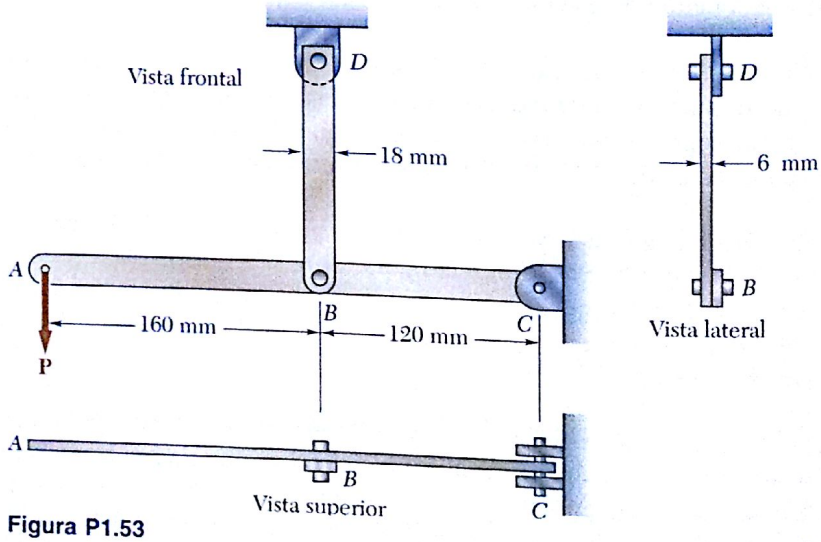


Figura P1.53

1.54 Resuelva el problema 1.53, suponiendo que la estructura se ha rediseñado al utilizar pasadores de 12 mm de diámetro en *B* y *D* y que no se ha realizado ningún otro cambio.

1.55 En la estructura, que se muestra en la figura, se emplea un pasador de 8 mm de diámetro en A y pasadores de 12 mm de diámetro en B y en D. Si se sabe que el esfuerzo cortante último es de 100 MPa en todas las conexiones y que el esfuerzo normal último es de 250 MPa en cada uno de los dos eslabones que unen B y D, determine la carga **P** permisible si se desea un factor de seguridad general de 3.0.

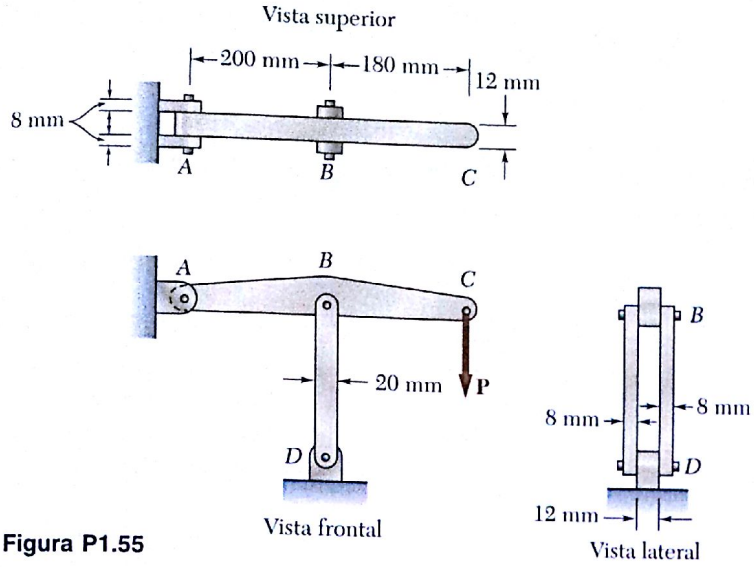


Figura P1.55

1.56 En un diseño alterno para la estructura del problema 1.55, se utilizará un pasador de 10 mm de diámetro en A. Si se supone que las otras especificaciones permanecen sin cambio, determine la carga **P** permisible si se desea un factor general de seguridad de 3.0.

***1.57** Una plataforma de 40 kg está unida al extremo B de una viga AB de madera de 50 kg. La viga está apoyada, como se muestra en la figura, mediante un perno en A y una varilla delgada de acero BC con una carga última de 12 kN. *a*) Utilice el método de diseño por carga y factor de resistencia con un factor de resistencia de $\phi = 0.90$ y factores de carga $\gamma_D = 1.25$ y $\gamma_L = 1.6$, para calcular la máxima carga que puede colocarse con seguridad en la plataforma. *b*) ¿Cuál es el factor de seguridad convencional correspondiente a la varilla BC?

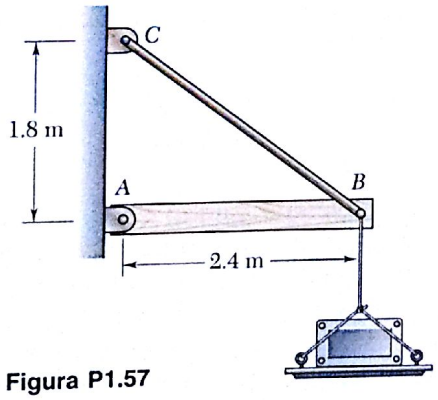


Figura P1.57

***1.58** El método de diseño por carga y factor de resistencia se utilizará para seleccionar los dos cables que elevarán y bajarán una plataforma que soportará a dos trabajadores que limpian ventanas. La plataforma pesa 160 lb y cada uno de los trabajadores pesa 195 libras con su equipo. Como estos trabajadores pueden moverse con libertad sobre la plataforma, 75% de su peso total y del peso de su equipo se utilizará como la carga viva de diseño de cada cable. *a*) Con un factor de resistencia $\phi = 0.85$ y factores de carga $\gamma_D = 1.2$ y $\gamma_L = 1.5$, determine la carga mínima requerida en un cable. *b*) ¿Cuál es el factor convencional de seguridad para los cables elegidos?

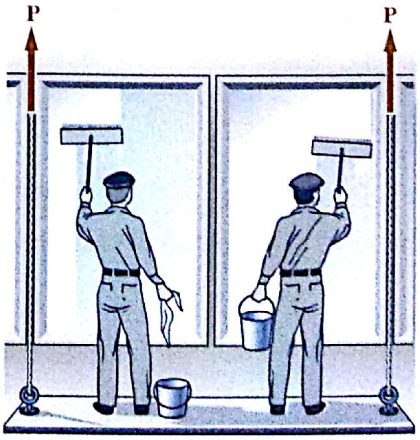


Figura P1.58

REPASO Y RESUMEN DEL CAPÍTULO 1

Este capítulo se dedicó al concepto de esfuerzo y a una introducción a los métodos usados para el análisis y diseño de máquinas y de estructuras portadoras de carga.

En la sección 1.2 se presentó un breve repaso de los métodos de estática y de su aplicación a la determinación de las reacciones ejercidas por sus soportes sobre una estructura sencilla que consista de elementos conectados por pasadores. Se puso énfasis en el uso del *diagrama de cuerpo libre* para obtener las ecuaciones de equilibrio que después se resolvieron para determinar las reacciones desconocidas. Los diagramas de cuerpo libre también se utilizaron para encontrar las fuerzas internas en los diversos miembros de la estructura.

Carga axial. Esfuerzo normal

El concepto de *esfuerzo* se introdujo primero en la sección 1.3 al considerar un elemento con dos fuerzas bajo *carga axial*. El *esfuerzo normal* en ese elemento se obtuvo dividiendo la magnitud P de la carga por el área transversal del elemento (figura 1.8*a*). Se tuvo

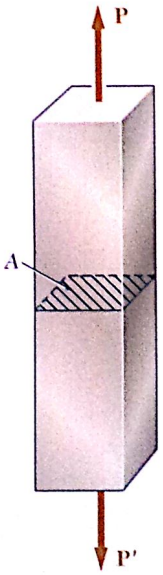


Figura 1.8*a*)

$$\sigma = \frac{P}{A} \tag{1.5}$$

En la sección 1.4 se realizó una breve consideración de dos de las principales tareas del ingeniero: el *análisis* y el *diseño* de estructuras y máquinas.

Como se señaló en la sección 1.5, el valor de σ obtenido de la ecuación (1.5) representa el *esfuerzo promedio* a través de la sección más que el esfuerzo en un punto específico Q de la sección. Considerando una pequeña área ΔA que rodee al punto Q y la magnitud ΔF de la fuerza ejercida sobre ΔA, se define el esfuerzo en el punto Q como

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{1.6}$$

En general, el valor obtenido para el esfuerzo σ en el punto Q es diferente del valor del esfuerzo promedio dado por la fórmula (1.5) y puede verse que varía a través de la sección. Sin embargo, esta variación es pequeña en cualquier sección que se encuentre lejos de los puntos de aplicación de las cargas. En la práctica, por lo tanto, se supone *uniforme* la distribución de los esfuerzos normales en un elemento cargado axialmente, excepto en la cercanía inmediata de los puntos de aplicación de las cargas.

No obstante, para que la distribución de esfuerzos sea uniforme en una sección dada, es necesario que la línea de acción de las cargas **P** y **P'** pase por el centroide C de la sección. Tal carga se conoce como carga axial *centrada*. En el caso de una carga axial *excéntrica*, la distribución de esfuerzos *no* es uniforme. Los esfuerzos en los elementos sujetos a carga axial excéntrica se estudiarán en el capítulo 4.

Cuando *fuerzas transversales* **P** y **P′** iguales y opuestas de magnitud P se aplican a un elemento AB (figura 1.16*a*), se crean *esfuerzos cortantes* τ sobre cualquier sección localizada entre los puntos de aplicación de las dos fuerzas (sección 1.6). Estos esfuerzos varían mucho a través de la sección y *no puede* suponerse que su distribución sea uniforme. Sin embargo, dividiendo la magnitud de P —conocida como el *cortante* en la sección— por el área A de la sección transversal, se define el *esfuerzo promedio de corte* sobre la sección:

Fuerzas transversales. Esfuerzo cortante

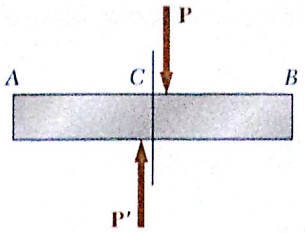


Figura 1.16*a*

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} \tag{1.8}$$

Los esfuerzos cortantes se encuentran en pernos, pasadores o remaches que conectan dos elementos estructurales o componentes de maquinaria. Por ejemplo, en el caso del perno CD (figura 1.18), que se encuentra en *cortante simple*, se anotó

Cortante único y doble

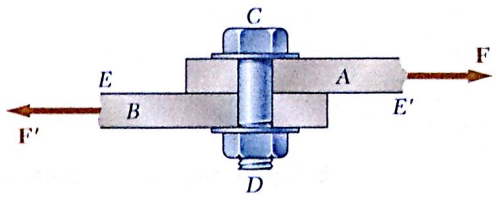


Figura 1.18

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A} \tag{1.9}$$

mientras que, en el caso de los pernos EG y HJ (figura 1.20), que se encuentran ambos en *cortante doble*, se tuvo que

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} = \frac{F/2}{A} = \frac{F}{2A} \tag{1.10}$$

Los pernos, pasadores y remaches también crean esfuerzos en los elementos que conectan, a lo largo de la *superficie de apoyo* o superficie de contacto (sección 1.7). El perno CD de la figura 1.18, por ejemplo, crea esfuerzos en la superficie semicilíndrica de la placa A con la que está en contacto (figura 1.22). Como la distribución de estos esfuerzos es muy complicada, en la práctica se emplea un valor nominal promedio σ_b del esfuerzo, llamado *esfuerzo de apoyo*, que se obtiene de dividir la carga P entre el área del rectángulo que representa la proyección del perno sobre la sección de la placa. Si t es el espesor de la placa y d el diámetro del perno, se tiene

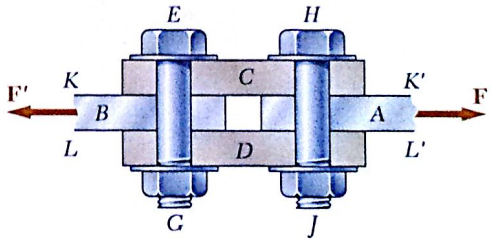


Figura 1.20

Esfuerzo de apoyo

$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td} \tag{1.11}$$

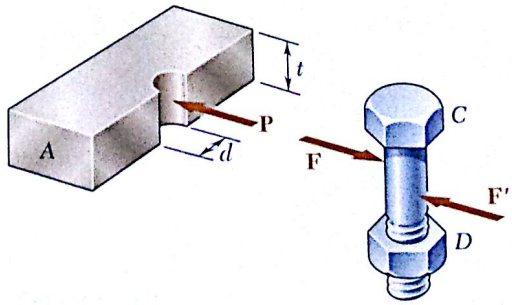


Figura 1.22

En la sección 1.8 se aplicó el concepto introducido en las secciones previas al análisis de una estructura sencilla que consta de dos elementos conectados por pasadores que soportan una carga dada. Se determinaron, sucesivamente, los esfuerzos normales en los dos elementos, prestando especial atención a sus secciones más angostas, los esfuerzos cortantes en los diversos pernos y el esfuerzo de apoyo en cada conexión.

El método que deberá seguirse en la solución de un problema de mecánica de materiales se describió en la sección 1.9. Su solución deberá comenzar enunciando de manera clara y precisa el *planteamiento* del problema. Deberán entonces dibujarse uno o varios *diagramas de cuerpo libre* que se emplearán para escribir las *ecuaciones de equilibrio*. Estas ecuaciones se resuelven para determinar las *fuerzas desconocidas*, de las que pueden calcularse los *esfuerzos* y *deformaciones* requeridas. Una vez que se ha obtenido una respuesta, deberá *verificarse con cuidado*.

Método de solución

La primera parte del capítulo terminó con el estudio de la importancia de la *exactitud numérica* en la ingeniería. Se enfatizó que la exactitud de una respuesta nunca puede ser mayor que la exactitud de los datos recibidos (sección 1.10).

En la sección 1.11 se analizaron los esfuerzos creados en una *sección oblicua* en un elemento con dos fuerzas bajo carga axial. Se encontró que tanto esfuerzos *normales* como los *cortantes* ocurren en tal situación. Con la denotación de θ para el ángulo formado por la sección con un plano normal (figura 1.30*a*) y A_0 para el área de la sección perpendicular al eje del elemento, se dedujeron las siguientes expresiones para el esfuerzo normal σ y el esfuerzo cortante τ sobre la sección oblicua:

Esfuerzos en una sección oblicua

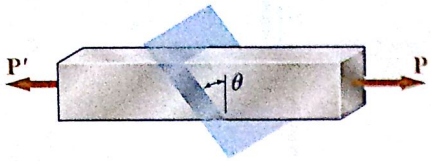


Figura 1.30*a*)

$$\sigma = \frac{P}{A_0}\cos^2\theta \qquad \tau = \frac{P}{A_0}\operatorname{sen}\theta\cos\theta \tag{1.14}$$

Se observó, a partir de estas fórmulas, que el esfuerzo normal es máximo e igual a $\sigma_m = P/A_0$ para $\theta = 0$, mientras que el esfuerzo cortante es máximo e igual a $\tau_m = P/2A_0$ para $\theta = 45°$. También se advirtió que $\tau = 0$ cuando $\theta = 0$, mientras que $\sigma = P/2A_0$ cuando $\theta = 45°$.

Después, se analizó el estado de esfuerzos en un punto Q en un cuerpo bajo la condición más general de carga (sección 1.12). Se consideró un pequeño cubo centrado en Q (figura 1.36), y se denotó con σ_x al esfuerzo normal ejercido sobre una cara del cubo perpendicular al eje x, y por τ_{xy} y τ_{xz}, respectivamente, a las componentes en y y en z del esfuerzo cortante ejercido sobre la misma cara del cubo. Se repitió este procedimiento para las otras dos caras del cubo y se observó que $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ y $\tau_{zx} = \tau_{xz}$; se concluyó que se requieren *seis componentes de esfuerzo* para definir el estado de esfuerzo en un punto dado Q, específicamente, σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz} y τ_{zx}.

Esfuerzo bajo carga general

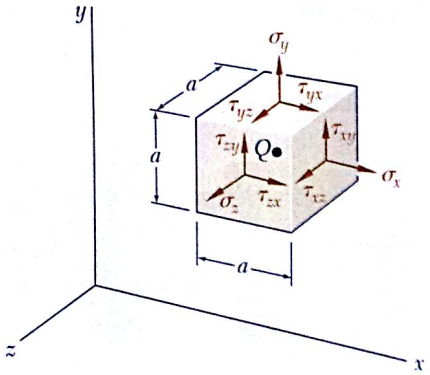


Figura 1.36

En la sección 1.13 se estudiaron los diversos conceptos empleados en el diseño de las estructuras de ingeniería. La *carga última* de un elemento estructural o componente de maquinaria dado es la carga a la que se espera que el elemento o componente falle; se calcula a partir del *esfuerzo último* o *resistencia última* del material usado, que se determina por un ensayo de laboratorio en una probeta de ese material. La carga última deberá ser considerablemente mayor que la *carga permisible*, esto es, la carga que soportará el elemento o componente en condiciones normales. La razón de la carga última a la carga permisible se define como el *factor de seguridad*:

Factor de seguridad

$$\text{Factor de seguridad} = F.S. = \frac{\text{carga última}}{\text{carga permisible}} \tag{1.26}$$

La determinación del factor de seguridad que deberá usarse en el diseño de una estructura dada depende de ciertas consideraciones, algunas de las cuales fueron enunciadas en esta sección.

Diseño por carga y factor de resistencia

La sección 1.13 terminó con el análisis de un enfoque alterno de diseño, conocido como *diseño por carga y factor de resistencia*, que permite al ingeniero distinguir entre las incertidumbres asociadas con la estructura y aquellas asociadas con la carga.

PROBLEMAS DE REPASO

1.59 El eslabón BD es una barra de 1 in. de ancho y $\frac{1}{2}$ in. de espesor. Si se sabe que cada pasador tiene un diámetro de $\frac{3}{8}$ in., calcule el valor máximo del esfuerzo normal promedio en el eslabón BD si *a*) $\theta = 0$, *b*) $\theta = 90°$.

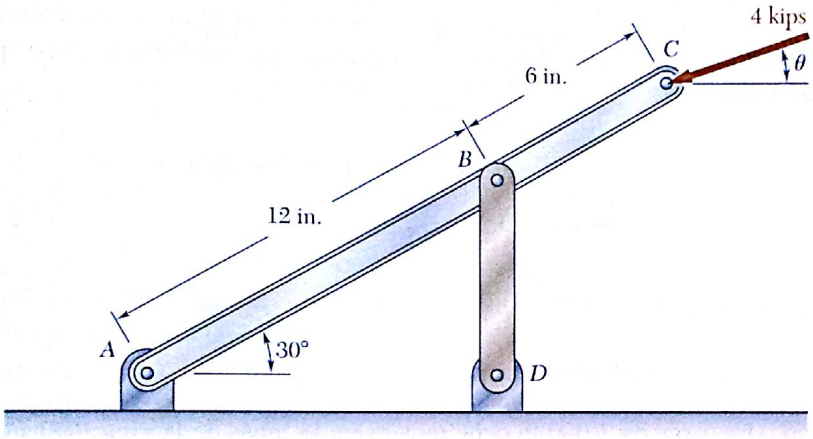


Figura P1.59

1.60 Dos fuerzas horizontales de 5 kips se aplican al pasador B en el ensamble que se muestra. Si se sabe que en cada conexión se emplea un pasador de 0.8 in. de diámetro, determine el valor máximo del esfuerzo normal promedio *a*) en el eslabón AB, *b*) en el eslabón BC.

1.61 Para el ensamble y la carga del problema 1.60, determine *a*) el esfuerzo cortante promedio en el pasador en C, *b*) el esfuerzo de apoyo promedio en C en el elemento BC, *c*) el esfuerzo de apoyo promedio en B en el elemento BC.

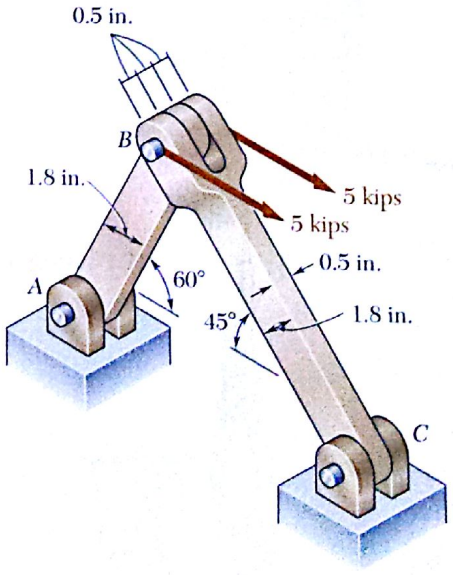


Figura P1.60

1.62 Dos duelas de madera, cada una de 22 mm de grosor y 160 mm de ancho, están unidas por el ensamble pegado de mortaja que se muestra en la figura. Si se sabe que la junta fallará cuando el esfuerzo cortante promedio en el pegamento alcance los 820 kPa, determine la longitud mínima permisible d de los cortes si la junta debe soportar una carga axial con $P = 7.6$ kN de magnitud.

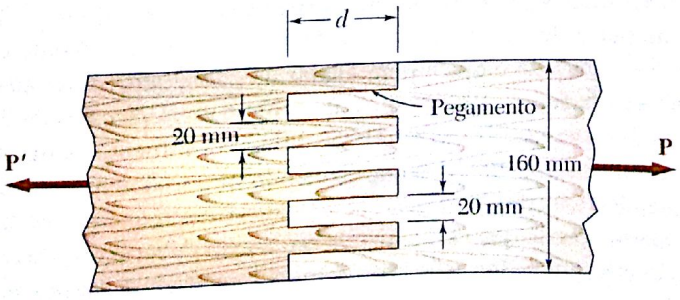


Figura *P1.62*

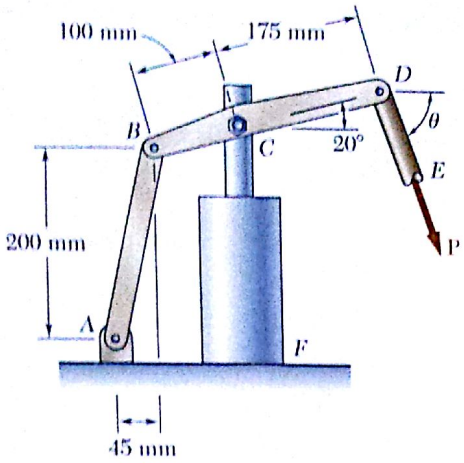


Figura P1.63 y *P1.64*

1.63 El cilindro hidráulico *CF*, que ejerce un control parcial de la posición de la varilla *DE*, se ha fijado en la posición mostrada. El elemento *BD* tiene 15 mm de espesor y está conectado al vástago vertical mediante un perno de 9 mm de diámetro. Si se sabe que $P = 2$ kN y $\theta = 75°$, determine *a*) el esfuerzo cortante promedio en el perno, *b*) el esfuerzo de apoyo en *C* en el elemento *BD*.

1.64 El cilindro hidráulico *CF*, que ejerce un control parcial de la varilla *DE*, se ha fijado en la posición mostrada. El eslabón *AB* tiene una sección transversal rectangular uniforme de 12 × 25 mm y está conectado en *B* al elemento *BD* mediante un perno de 8 mm de diámetro. Si se sabe que el esfuerzo cortante promedio máximo permisible en el pasador es de 140 MPa, determine *a*) la máxima fuerza **P** que puede aplicarse en *E* cuando $\theta = 60°$, *b*) el esfuerzo de apoyo correspondiente en *B* en el eslabón *AB* y *c*) el valor máximo correspondiente del esfuerzo normal en el eslabón *AB*.

1.65 Dos elementos de madera con sección transversal rectangular uniforme de 70 × 110 mm están unidos mediante el empalme sencillo pegado al sesgo que se muestra en la figura. Si se sabe que el esfuerzo cortante máximo permisible en el empalme pegado es de 500 kPa, determine la máxima carga axial **P** que puede aplicarse con seguridad.

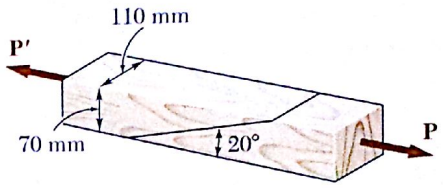


Figura P1.65

1.66 La carga de 2 000 lb debe moverse a lo largo de la viga *BD* hacia cualquier posición entre los topes en *E* y *F*. Si se sabe que $\sigma_{perm} = 6$ ksi para el acero empleado en las varillas *AB* y *CD*, determine el sitio donde deberían colocarse los topes si el movimiento permitido de la carga debe ser tan grande como resulte posible.

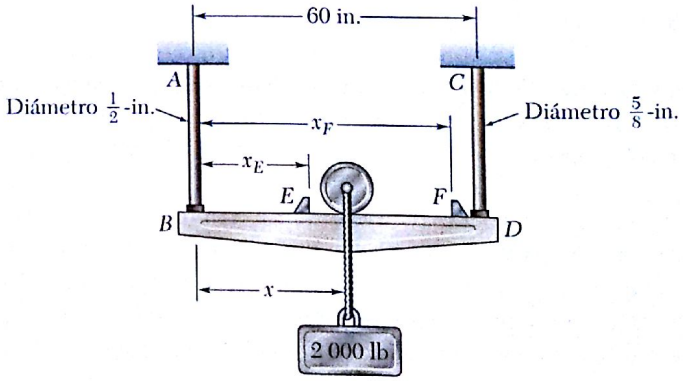


Figura *P1.66*

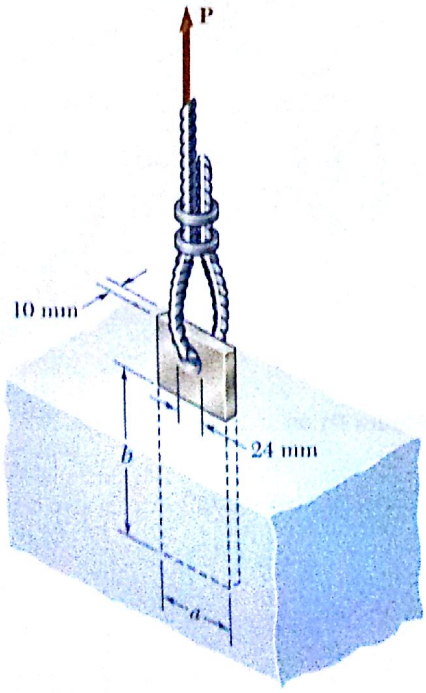


Figura P1.67

1.67 Una placa de acero de 10 mm de espesor está empotrada en un bloque horizontal de concreto y se emplea para anclar un cable vertical de alta resistencia, como se observa en la figura. El diámetro del orificio en la placa es de 24 mm, la resistencia última del acero utilizado es de 250 MPa y el esfuerzo último de unión entre la placa y el concreto es de 2.1 MPa. Sabiendo que se desea un factor de seguridad de 3.60 cuando $P = 18$ kN, determine *a*) el ancho *a* requerido en la placa, *b*) la profundidad mínima *b* a la que una placa de ese ancho debería empotrarse en el bloque de concreto. (Desprecie los esfuerzos normales entre el concreto y el extremo inferior de la placa.)

1.68 Las dos partes del elemento AB están adheridas a lo largo de un plano que forma un ángulo θ con la horizontal. Si se sabe que el esfuerzo último para la unión pegada es de 2.5 ksi en tensión y de 1.3 ksi en corte, determine el rango de valores de θ en que el factor de seguridad de los elementos es de al menos 3.0.

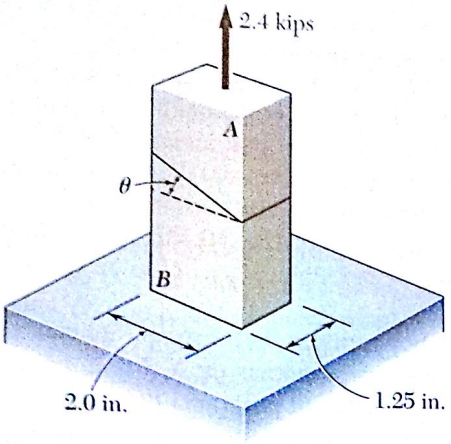


Figura P1.68 y *P1.69*

1.69 Las dos partes del elemento AB están adheridas a lo largo de un plano que forma un ángulo θ con la horizontal. Si se sabe que el esfuerzo último para la unión pegada es de 2.5 ksi en tensión y de 1.3 ksi en corte, determine *a*) el valor de θ para el cual el factor de seguridad del elemento sea máximo, *b*) el valor correspondiente del factor de seguridad. (*Sugerencia*: Iguale las expresiones obtenidas para los factores de seguridad respecto al esfuerzo normal y al esfuerzo cortante.)

1.70 Una fuerza **P** se aplica sobre una barra de refuerzo empotrada en un bloque de concreto, como se muestra en la figura. Determine la mínima longitud L para la que puede desarrollarse todo el esfuerzo normal permisible en la barra. Exprese los resultados en términos del diámetro d de la barra, el esfuerzo normal permisible σ_{perm} en el acero y el esfuerzo de adherencia permisible promedio τ_{perm} entre el concreto y la superficie cilíndrica de la barra. (Desprecie los esfuerzos normales entre el concreto y el extremo de la barra.)

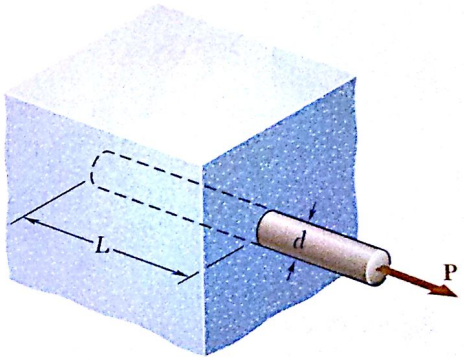


Figura P1.70

PROBLEMAS PARA COMPUTADORA

Los siguientes problemas se diseñaron para ser resueltos con una computadora.

1.C1 Una varilla sólida de acero de n elementos cilíndricos soldados se somete a la carga mostrada en la figura. El diámetro del elemento i se denota por d_i y la carga aplicada a su extremo inferior por $\mathbf{P}_i$, donde la magnitud P_i de esta carga se supone positiva si $\mathbf{P}_i$ se dirige hacia abajo, como se muestra en la figura, y negativa si ocurre otra cosa. *a*) Escriba un programa para computadora que pueda emplearse con unidades SI o de uso común en Estados Unidos para determinar el esfuerzo promedio en cada elemento de la varilla. *b*) Utilice este programa para resolver los pro-

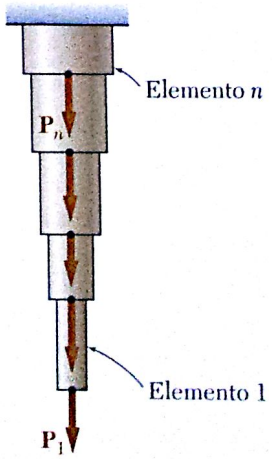


Figura P1.C1